ROMA TRE
UNIVERSITÀ DEGLI STUDI

PROCEDURA PUBBLICA DI SELEZIONE PER L'ASSUNZIONE DI N.1 RICERCATORE A TEMPO DETERMINATO AI SENSI DELL'ART.24, COMMA 3, LETT. B) DELLA LEGGE 240/2010 PER IL SETTORE CONCORSUALE 01/A3 - SETTORE SCIENTIFICO DISCIPLINARE MAT/05 – ANALISI MATEMATICA - DIPARTIMENTO DI MATEMATICA E FISICA - UNIVERSITA' ROMA TRE.

VERBALE N. 2 – ALLEGATO B
(curricula dei candidati)

Luca Battaglia

Curriculum Vitae et Studiorum

Posizione attuale

Dal 07/2017 Ricercatore a tempo determinato tipologia a, S.S.D. MAT/05, Università degli Studi Roma Tre.

Dal 07/2018 Abilitazione Scientifica Nazionale alle funzioni di professore di seconda fascia, Settore Concorsuale 01/A3.

Posizioni precedenti

06/2017-07/2017 Posizione post-doc presso Università di Basilea.
Supervisore: Professor Luca Martinazzi.

06/2016-05/2017 Posizione post-doc presso Sapienza - Università di Roma.
Supervisore: Professor Massimo Grossi.

10/2015-05/2016 Posizione post-doc presso Université catholique de Louvain.
Supervisore: Professor Jean Van Schaftingen.

Istruzione e formazione

10/2011-09/2015 Ph.D. in Analisi Matematica conseguito presso la Scuola Internazionale di Studi Superiori Avanzati (S.I.S.S.A., Trieste).
Titolo della tesi: “Variational aspects of singular Liouville systems”.
Relatore: Professor Andrea Malchiodi (Scuola Normale Superiore, Pisa).
Votazione: *cum laude*.

09/2009-07/2011 Laurea Specialistica in Matematica conseguita presso l’Università degli Studi Roma Tre.
Titolo della tesi: “Sobolev embeddings in the limiting case and exponential integrability”.
Relatore: Professor Giovanni Mancini.
Votazione: 110/110 e lode.

09/2006-07/2009 Laurea in Matematica conseguita presso l’Università degli Studi Roma Tre.
Votazione: 110/110 e lode.

09/2001-07/2006 Diploma di Maturità Scientifica P.N.I. (Piano Nazionale Informatica) conseguito presso il Liceo Scientifico Statale “Aristotele” di Roma.
Votazione: 100/100.

01/2008 Conseguimento Patente Europea del Computer ECDL Core.

06/2004 Conseguimento diploma First Certificate in English (livello europeo: B2).

Interessi di ricerca

La mia attività di ricerca riguarda principalmente lo studio di equazioni alle derivate parziali ellittiche.
Mi interesso in particolare di equazioni e sistemi con non-linearità esponenziali su superfici compatte, attraverso metodi variazionali e perturbativi.

Ho anche studiato disuguaglianze di tipo Moser-Trudinger su varietà non compatte, inclusa l'esistenza di funzioni estremali.
Infine, ho lavorato su alcuni problemi non-locali sull'intero piano euclideo, come l'equazione non-lineare di Choquard.

Pubblicazioni scientifiche

[17] *A double mean field equation related to a curvature prescription problem* (con Rafael López-Soriano), inviata (http://www.arxiv.org/abs/1906.10934/).

[16] *Non-uniqueness of blowing-up solutions to the Gelfand problem* (con Massimo Grossi e Angela Pistoia), inviata (http://www.arxiv.org/abs/1902.03484/).

[15] *Uniform bounds for solutions to elliptic problems on simply connected planar domains*, Proc. Amer. Math. Soc., accettata (http://www.arxiv.org/abs/1809.05684/).

[14] *A general existence result for stationary solutions to the Keller-Segel sy-stem*, Discrete Contin. Dyn. Syst. 39 (2019), no. 2, 905-926, (http://www.arxiv.org/abs/1802.02551/).

[13] *A unified approach of blow-up phenomena for two-dimensional singular Liouville systems* (con Angela Pistoia), Rev. Mat. Iberoam. 34 (2018), no. 4, 1867-1910 (http://www.arxiv.org/abs/1607.00427/).

[12] *Groundstates of the Choquard equations with a sign-changing self-interation poten-tial* (con Jean Van Schaftingen), Z. Angew. Math. Phys. 69 (2018), no. 3, 69:86 (http://www.arxiv.org/abs/1710.04406/).

[11] *Nonradial entire solutions for Liouville systems* (con Francesca Gladiali e Massimo Grossi), J. Diff. Equations 263 (2017), no. 8, 5151-5174 (http://www.arxiv.org/abs/1701.02948/).

[10] *Existence of groundstates for a class of nonlinear Choquard equations in the plane* (con Jean Van Schaftingen), Adv. Nonlinear Stud. 17 (2017), no. 3, 581-594 (http://www.arxiv.org/abs/1604.03294/).

[9] *B_2 and G_2 Toda systems on compact surfaces: a variational approach*, J. Math. Phys. 58 (2017), no. 1, 011506, 25 pp. (http://www.arxiv.org/abs/1512.07566/).

[8] *Ground states solutions for a nonlinear Choquard equation*, Rend. Sem. Mat. Univ. Politec. Torino, Vol. 74, 2 (2016), 53-60 (http://www.arxiv.org/abs/1701.02376/).

[7] *Existence and non-existence results for the $SU(3)$ singular Toda system on compact surfaces* (con Andrea Malchiodi), J. Funct. Anal. 270 (2016), no. 10, 3750-3807 (http://www.arxiv.org/abs/1508.00929/).

[6] *Moser-Trudinger inequalities for singular Liouville systems*, Math. Z. 282 (2016), no. 3-4, 1169-1190 (http://www.arxiv.org/abs/1410.4994/).

[5] *A general existence result for the Toda system on compact surfaces* (con Aleks Jevnikar, Andrea Malchiodi, David Ruiz), Adv. Math. 285 (2015), 937-979 (http://www.arxiv.org/abs/1306.5404/).

[4] *A note on compactness properties of the singular Toda system* (con Gabriele Mancini), Atti Accad. Naz. Lincei Rend. Lincei Mat. Appl. 26(3):299-307, 2015 (http://www.arxiv.org/abs/1410.4991/).

[3] *Existence and multiplicity result for the singular Toda system*, J. Math. Anal. Appl. 424 (2015), no. 1, 49-85 (http://www.arxiv.org/abs/1404.1970/).

[2] *A Moser-Trudinger inequality for the singular Toda system* (con Andrea Mal-chiodi), Bull. Inst. Math. Acad. Sin. (N.S.) 9 (2014), no. 1, 1-23 (http://www.arxiv.org/abs/1307.3921/).

[1] *Remarks on the Moser-Trudinger inequality* (con Gabriele Mancini), Adv. Nonlinear Anal. 2 (2013), no. 4, 389-425 (http://www.arxiv.org/abs/1307.0746/).

Visite presso università e centri di ricerca

10/2018 Mathematisches Forschunginstitut Oberwolfach (Germania).

12/2017 Scuola Normale Superiore, Pisa.
11/2016
11/2015
07/2015
02/2015
03-04/2017 Università di Basilea.
07-08/2017
03-04/2015 Università della Columbia Britannica, Vancouver.
10-11/2013 Università di Warwick.
07/2013
04-05/2013

Seminari e interventi su invito

06/2019 Conferenza *Intensive Week of PDEs @ Cogne*, Cogne (Italia).
05/2019 *International Conference on Elliptic and Parabolic Problems*, Gaeta (Italia).
05/2019 Conferenza *Nonlinear Geometric PDE's*, Banff (Canada).
04/2019 *Incontri di Analisi MaTÈmatica allo SBAI*, Sapienza - Università di Roma.
09/2018 Conferenza *Nonlinear Analysis and PDEs in Caserta*, Caserta.
07/2018 *The 12th AIMS Conference on Dynamical Systems, Di erential Equations and Applications*, Taipei.
05/2018 Conferenza *Brescia-Trento Nonlinear Day*, Brescia.
04/2018 Conferenza *Physical, Geometrical and Analytical Aspects of Mean Fields Systems of Liouville type*, Banff (Canada).
02/2018 Conferenza *Variational Methods in Analysis, Geometry and Physics*, Scuola Normale Superiore, Pisa.
12/2017 Scuola Normale Superiore, Pisa.
11/2017 *First Belgium-Chile-Italy Conference in PDEs*, Université Libre de Bruxelles.
06/2017 Conferenza *Emerging issues in nonlinear elliptic equations*, Mathematical Research and Conference Center, Bedlewo (Polonia).
05/2017 Conferenza *A.MA.CA.*, Sapienza - Università di Roma.
03/2017 *Analysis and PDEs Seminar*, Università di Swansea.
02/2017 *Problemi Di erenziali Nonlineari*, Sapienza - Università di Roma.
02/2017 *Seminario di Equazioni di erenziali*, Università di Roma Tor Vergata.
11/2016 Università di Basilea.
11/2016 Scuola Normale Superiore, Pisa.
06/2016 *2016 EWM-EMS Summer School*, Istituto Mittag-Leffler, Djursholm (Svezia).
05/2016 *Séminaire Analyse non linéaire et EDP*, Université libre de Bruxelles.
05/2016 Conferenza *Bru-To PDE's*, Università di Torino.
12/2015 Université catholique de Louvain.
11/2015 Scuola Normale Superiore, Pisa.
09/2015 *XX Congresso Unione Matematica Italiana*, Università di Siena.
04/2015 *Problemi Di erenziali Nonlineari*, Sapienza - Università di Roma.
04/2015 *Seminario di Equazioni di erenziali*, Università di Roma Tor Vergata.
04/2015 *Analysis Junior Seminar*, S.I.S.S.A., Trieste.
12/2014 *Two-day meeting in honor of Antonio Ambrosetti*, Istituto Canossiano Le Romite, Venezia.
04/2014 *Analysis Junior Seminar*, S.I.S.S.A., Trieste.
11/2013 *Analysis Seminar*, Università di Warwick.

Partecipazione a scuole e conferenze

06/2019 Conferenza *Intensive Week of PDEs @ Cogne*, Cogne (Italia).
05/2019 *International Conference on Elliptic and Parabolic Problems*, Gaeta (Italia).
05/2019 Conferenza *Nonlinear Geometric PDE's*, Banff (Canada).
01/2019 Conferenza *Geometry and PDE in front of the Alhambra*, Granada (Spagna).
09/2018 Conferenza *Nonlinear Analysis and PDEs in Caserta*, Caserta.
07/2018 *The 12th AIMS Conference on Dynamical Systems, Di erential Equations and Applications*, Taipei.
06/2018 Conferenza *Nonlinear PDEs in Geometry and Physics*, Cortona.
05/2018 Conferenza *Brescia-Trento Nonlinear Day*, Brescia.
05/2018 Conferenza *A.MA.CA.*, Sapienza - Università di Roma.
04/2018 Conferenza *Physical, Geometrical and Analytical Aspects of Mean Fields Systems of Liouville type*, Banff (Canada).
02/2018 Conferenza *Young PDE's @ Roma*, Sapienza - Università di Roma.
02/2018 Conferenza *Variational Methods in Analysis, Geometry and Physics*, Scuola Normale Superiore, Pisa.
01/2018 *2nd Italian-Chilean Workshop in PDE's*, Istituto Nazionale di Alta Matematica (INdAM), Roma.
11/2017 *First Belgium-Chile-Italy Conference in PDEs*, Université Libre de Bruxelles.
10/2017 Conferenza *Analysis and Dynamics*, Marina di San Gregorio (Italia).
06/2017 Conferenza *Nonlinear Analysis in Rome*, Università di Notre Dame, sede di Roma.
06/2017 Conferenza *Emerging issues in nonlinear elliptic equations*, Mathematical Research and Conference Center, Bedlewo (Polonia).
05/2017 Conferenza *A.MA.CA.*, Sapienza - Università di Roma.
01/2017 Conferenza *Roma Caput PDE*, Sapienza - Università di Roma.
06/2016 *2016 EWM-EMS Summer School*, Istituto Mittag-Leffler, Djursholm (Svezia).
05/2016 Conferenza *Bru-To PDE's*, Università di Torino.
12/2015 *Nonlinear Function Spaces and Mathematical Sciences*, Università di Lione 1.
09/2015 *XX Congresso Unione Matematica Italiana*, Università di Siena.
06/2015 Conferenza *Unplugged in PDEs*, Sapienza - Università di Roma.
06/2015 Conferenza *Espalia 2015*, Sapienza - Università di Roma.
01/2015 Conferenza *Complex patterns in Nonlinear Phenomena*, Università di Torino.
12/2014 *Two-day meeting in honor of Antonio Ambrosetti*, Istituto Canossiano Le Romite, Venezia.
06/2014 *Thematic Program on Nonlinear PDEs in Geometry and Physics*, Università di Notre Dame (Stati Uniti).
03/2014 *Spring School on Nonlinear PDEs*, Sapienza - Università di Roma.
01/2014 Conferenza *Variational Methods in Elliptic Equations and Systems*, Università di Lisbona.
10/2013 Conferenza *PDE days in Roma*, Sapienza - Università di Roma.
09/2013 *P(n) School on recent Trends in Nonlinear PDEs*, Sapienza - Università di Roma.
11/2012 Conferenza *Geometric PDEs*, Institut Henri Poincaré, Parigi.
10/2012 Scuola *Topics in Calculus of Variations and Applications*, Università degli Studi di Parma.
06/2012 *ICTP-ESF Conference and School on Geometric Analysis*, I.C.T.P., Trieste.

Partecipazione a progetti di ricerca

Progetto di Ricerca SNF PP00P2-144669, Coordinatore: Prof. Luca Martinazzi.

PRIN “Variational methods, with applications to problems in mathematical physics and geometry”, Coordinatore: Prof. Andrea Malchiodi.

Projet de Recherche FNRS T.1100.14 “Existence and asymptotic behavior of solu-tions to systems of semilinear elliptic partial differential equations”, Coordinatore: Prof. Denis Bonheure.

PRIN “Aspetti variazionali e perturbativi nei problemi differenziali nonlineari”, Coordinatore: Prof. Andrea Malchiodi.

FIRB “Analysis and beyond”, Coordinatore: Prof. Andrea Malchiodi.

Attività di reviewer

Reviewer per l’American Mathematical Society (A.M.S.).

Referee per le seguenti riviste: *Int. Math. Res. Not.*, *Discrete Contin. Dyn. Syst.* (3), *Z. Angew. Math. Phys.*, *Nonlinearity*, *J. Di erential Geom.*, *Proc. Roy. Soc. Edinburgh Sect. A*, *Acta Appl. Math.*, *J. Math. Anal. Appl.*, *Calc. Var. Partial Di erential Equations* (2), *Bull. Malays. Math. Sci. Soc.*.

Attività didattica

02-05/2019 Titolare del corso “AM450 - Analisi Funzionale”, Corso di Laurea in Matematica, Università degli Studi Roma Tre.

10-12/2018 10-12/2017 Esercitazioni per il corso “AM310 - Istituzioni di Analisi Superiore”, Corso di Laurea in Matematica, Università degli Studi Roma Tre.

02-05/2018 Esercitazioni per il corso “AM120 - Analisi Matematica 2”, Corso di Laurea in Matematica, Università degli Studi Roma Tre.

10-12/2017 Collaborazione alla didattica per il corso “Analisi Matematica I”, Corso di Laurea in Ingegneria Clinica, Sapienza - Università di Roma.

09-12/2016 Tutoraggio per il corso “Analisi Matematica I”, Corso di Laurea in Ingegneria Clinica, Sapienza - Università di Roma.

09-12/2016 Collaborazione alla didattica per il corso “Analisi Matematica I”, Corso di Laurea in Ingegneria Elettrotecnica, Sapienza - Università di Roma.

02-05/2011 02-05/2010 Supporto alla didattica per il corso “AM3 - Analisi 3, calcolo differenziale ed integrale in più variabili”, Corso di Laurea in Matematica, Università degli Studi Roma Tre.

09-12/2010 09-12/2009 09-12/2008 Supporto alla didattica per il corso “AM2 - Analisi 2, funzioni di variabile reale”, Corso di Laurea in Matematica, Università degli Studi Roma Tre.

01-09/2010 Supporto alla didattica per il corso “PFB - Preparazione alla prova finale B”, Corso di Laurea in Matematica, Università degli Studi Roma Tre.

02-05/2009 Supporto alla didattica per il corso “FM1 - Equazioni differenziali e meccanica”, Corso di Laurea in Matematica, Università degli Studi Roma Tre.

02-05/2008 Supporto alla didattica per il corso “GE1 - Geometria 1, algebra lineare”, Corso di Laurea in Matematica, Università degli Studi Roma Tre.

Riconoscimenti accademici

10/2011 Borsa di Studio quadriennale erogata dalla Scuola Internazionale Superiore di Studi Avanzati (S.I.S.S.A.) per studenti di Ph.D., confermata per merito per i tre anni successivi.

03/2010 Borsa di Studio erogata dall’Istituto Nazionale di Alta Matematica (INdAM) per immatricolati a Corsi di Laurea Specialistica in Matematica.

09/2006 Borsa di Studio triennale erogata dall’Università degli Studi Roma Tre per imma-tricolati al Corso di Laurea in Matematica, confermata per merito per i due anni successivi.

03/2006 Vincitore della Gara di Immatricolazione Gratuita presso l’Università degli Studi Roma Tre per l’A.A. 2006-07.

Competenze linguistiche

Lingua italiana	Madrelingua.
Lingua inglese	Buona conoscenza e comprensione della lingua scritta e parlata.
Lingua spagnola	Conoscenza e comprensione di base della lingua scritta e parlata.
Lingua francese	Conoscenza e comprensione di base della lingua scritta e parlata.

Competenze informatiche

SO Windows	Buona conoscenza.
SO Linux	Conoscenza di base.
Pacchetto Office	Buona conoscenza.
Wolfram Mathematica	Buona conoscenza.
Linguaggio LATEX	Buona conoscenza.
Linguaggio C	Conoscenza di base.
Linguaggio HTML	Conoscenza di base.

Referenze

Prof. Andrea Malchiodi.
Scuola Normale Superiore, Pisa.
email: andrea.malchiodi@sns.it.

Prof. Jean Van Schaftingen.
Université Catholique de Louvain.
email: jean.vanschaftingen@uclouvain.be.

Prof. Massimo Grossi.
Sapienza - Università di Roma.
email: massimo.grossi@uniroma1.it.

Prof. Angela Pistoia.
Sapienza - Università di Roma.
email: angela.pistoia@uniroma1.it.

Prof. Pierpaolo Esposito.
Università degli Studi Roma Tre.
email: esposito@mat.uniroma3.it.

Curriculum vitae.

Informazioni personali

Cognome/i nome/i	De Luca, Lucia
Indirizzo/i	Università: Università di Pisa, Largo Bruno Pontecorvo 3, 56127 Pisa.

Posizioni Accademiche

- January 2015: Visiting Prof. A. Mercado and Prof. E. Cerpa at the Universidad Tecnica Federico Santa Maria de Valparaiso, Chile;
- November - December 2014, six weeks: Thematic trimester on "Geometry, Analysis and Dynamics on Sub-Riemannian Manifolds" at the Henri Poincaré Institute in Paris, France;
- July-August 2014, six weeks: Visiting Prof. A. Mercado and Prof. E. Cerpa at the Universidad Tecnica Federico Santa Maria de Valparaiso, Chile;
- March 2014, two weeks: Visiting Prof. M. Yamamoto at the University of Tokyo, Japan;
- April 2013, one week: Visiting Dr. G. Mola at University of Milano, Italy;
- February 2013: "Research in Paris" project together with Dr. G. Mola, at the Henri Poincaré Institute in Paris, France;
- November 2012, three weeks: Visiting Prof. M. Cristofol at the University Aix-en-Provence of Marseille, France;
- October 2012, October 2011 - February 2012 and September 2010: periods at the University of Lorraine in Metz, France, visiting Prof. F. Alabau-Boussouira;
- October - December 2010: Thematic trimester on "Control of PDEs and Applications" at the Henri Poincaré Institute in Paris, France;

Talks

I have had the chance to present my research results during several scientific meetings.

Invited talks

- July 2019: Workshop on "New trends in Hamilton-Jacobi: PDE, Control, Dynamical Systems and Geometry" at the Fudan University, Shanghai, China.
- June 2019: Intensive INdAM Trimester on "Shape optimization, control and inverse problems for PDEs" at the University of Naples, Italy.
- June 2019: Workshop on "Functional Analytic Methods for PDEs" in Cesena, Italy.
- February 2019: at the ICMC Summer Meeting on Differential Equations - Chapter 2019, Special session on Evolution Equations and Applications, in São Carlos, Brasil.
- September 2018: first joint meeting of the Italian Mathematical Union, the Italian Society of Industrial and Applied Mathematics and the Polish Mathematical Society in Wroclaw, Poland, in the session "Operator Semigroups: New Challenges and Applications".
- July 2018: 14th Viennese Conference on "Optimal Control and Dynamic Games" in Vienna, Austria, in the Special Session on "Turnpike properties for ODEs and PDEs: theory and applications".
- July 2017: "New Trends in Control Theory and PDEs" at INdAM Institute, Rome, Italy.
- July 2016: "Workshop on Hamilton-Jacobi Equations" at the Fudan University, Shanghai, China.
- June 2016: "2nd IFAC Workshop on Control of Systems Governed by Partial Differential Equations", invited session on "Control and Numerics of the Fokker-Planck Equation", Bertinoro, Italy.
- July 2015: "New advances in PDEs, Inverse Problems and Control Theory" in Parma, Italy.
- Septembre 2014: "PDEs, Inverse Problems and Control Theory" in Bologna, Italy.
- July 2014: 21st International Symposium on Mathematical Theory of Networks and Systems, in

Groningen, Netherlands, in the Session on Distributed Parameter Systems II.

- March 2014: "Diffusion in Heterogeneous Media and Related Topics" in Tokyo, Japan.
- June 2013: "PDEs, Inverse Problems and Control Theory" in Cortona, Italy.
- November 2012: "Control of PDEs, interactions and application challenges" in Marseille, France.
- July 2012: "PDEs, Inverse Problems and Control Theory" in Bologna, Italy.
- September 2011: 25th IFIP Conference on "System Modeling and Optimization" in Berlin, Germany, in the MS9 "Analysis and Control of Composite PDE Systems: New Challenges and Methods I-V".

Contributed talks

- September 2018: VI Latin American Workshop on Optimization and Control in Quito, Ecuador.
- March 2018: 7th International Conference on "High Performance Scientific Computing" in Hanoi, Vietnam.
- August 2017: "PDEs, Optimal Design and Numerics" at the Benasque International Center of Science, Benasque, Spain.
- June 2016: INdAM Meeting OCERTO 2016 on "Optimal Control for Evolutionary PDEs and Related Topics", Cortona, Italy.
- March 2016: "Numerical Methods for Optimal Control and Inverse Problems" at the Technical University of Munich, Germany.
- January 2015: "Control Systems and Identification Problems" at the Universidad Tecnica Federico Santa Maria de Valparaiso, Chile.
- November 2014: Internal Review Meeting of the SADCO project, conference "New Perspectives in Optimal Control and Games", at the Sapienza University of Rome, Italy;
- May 2014: "SIAM Optimization" in the CP7 on Optimal Control, in San Diego, US;
- September 2013: "PDEs, Optimal Design and Numerics 2013" at the Benasque International Center of Science, Benasque, Spain.
- June 2013: "Doctoral Days SADCO 2013" in Paris, France.
- September 2011: XIX UMI Conference in Bologna, Italy.
- September 2011: "PDEs, Optimal Design and Numerics" at the Benasque International Center of Science, Benasque, Spain.

Department seminars

- July 2019: at the seminar of the Department of Mechanics, Management and Mathematics of the Technical University of Bari, Italy.
- April 2019: at the seminar of the Department of Statistics and Operations Research of the University of Vienna, Austria.
- January 2019: at the Analysis and PDEs seminar of the Universidade Federal do Rio de Janeiro, Brasil.
- June 2018: at the Oberseminar of the department of applied mathematics of the University of Bayreuth, Germany.
- October 2017: at the conference on "Comportamento asintotico e controllo di equazioni di evoluzione non lineari", at the Department of Mathematics of the University of Florence, Italy.
- March 2016: at the "Séminaires Equations aux Dérivées Partielles" of the Department of Mathe-

matics of the University of Besançon, France.

- May 2015: at the Oberseminar of the Department of Applied Mathematics of the University of Bayreuth, Germany.
- May 2015: "Séminaires Statistiques Probabilités Optimisation et Contrôles" of the Department of Applied Mathematics of the University of Dijon, France.
- October 2014: in the seminar of the Department of Electrical and Electronic Engineering at the Imperial College London, UK.
- August 2014: in the "Seminario de Control y Problemas Inversos en EDPs" at the Universidad Tecnica Federico Santa Maria de Valparaiso, Chile.
- July 2013: at the Oberseminar of the department of applied mathematics of the University of Bayreuth, Germany.

Programming skills

Matlab, Python, LaTeX, Office.

List of Publications of Roberto Guglielmi

Papers

- Guglielmi R., Kunisch K., *Sensitivity analysis for the value function of a semilinear parabolic equation and its relation to Riccati equations*, Optimization, 67(6), 1–24, 2018.
- Grüne L., Guglielmi R., *Turnpike properties and strict dissipativity for discrete time linear quadratic optimal control problems*, SIAM J. Control Optim. (SICON), 56(2), 1282–1302, 2018.
- Fleig A. and Guglielmi R., *Optimal Control of the Fokker-Planck Equation with Space-Dependent Controls*, Journal of Optimization Theory and Applications (JOTA), 408–427, (174), 2017.
- Guglielmi R., *Indirect stabilization of hyperbolic systems through resolvent estimates*, Evolution Equations and Control Theory (EECT), 59-75, 6(1), 2017;
- Beauchard K., Cannarsa P., Guglielmi R., *Null controllability of Grushin-type operators in dimension two*, Journal of European Mathematical Society (JEMS), 67-101 (16) 2014;
- Cannarsa P., Guglielmi R., *Null controllability in large time for the parabolic Grushin operator with singular potential*, in G. Stefani, U. Boscain, J.-P. Gauthier, A. Sarychev, M. Sigalotti(eds.): Geometric Control Theory and sub-Riemannian Geometry, Springer INdAM Series 5, 87-102, 2013;
- Guglielmi R., *Stabilization and control of partial differential equations of evolution*, Rend. Mat. Appl., VII. Ser. 33, No. 3-4, 83-222, 2013;
- Alabau-Boussouira F., Cannarsa P., Guglielmi R., *Indirect stabilization of weakly coupled systems with hybrid boundary conditions*, Mathematical Control and Related Fields (MCRF), 413-436 (4) 2011.

Chapter contributions

- Contributor for the Chapter *Hamilton–Jacobi–Bellman Equations*, pages 127-261, of the book *Optimal Control: Novel Directions and Applications*, Tonon, Daniela, Aronna, Maria Soledad, Kalise, Dante (Eds.), Lecture Notes in Mathematics, Springer International Publishing (2017).

Conference Proceedings

- Fleig A., Guglielmi R., *Bilinear Optimal Control of the Fokker-Planck Equation*, Proceedings of the 2nd IFAC Workshop on Control of Systems Governed by Partial Differential Equations (CPDE), Bertinoro, Italy, 2016.
- Fleig A., Grüne L. and Guglielmi R., *Some results on Model Predictive Control for the Fokker-Planck equation*, in Proceedings of the 21st International Symposium on Mathematical Theory of Networks and Systems (MTNS 2014), 2014, 1203–1206.

CURRICULUM VITAE

Dati personali:

Nome: Alessandro.
Cognome: Iacopetti.

Istruzione e formazione:

Laurea Specialistica in Matematica, conseguita presso l'Università di Pisa il 28/03/2008, con votazione 110/110 e lode. Titolo della tesi: "Sistemi ellittici totalmente non lineari del secondo ordine". Relatore: Prof. Antonio Tarsia.

Dottorato di Ricerca in Matematica, conseguito presso l'Università di Roma Tre in data 09/04/2015. Titolo della tesi: "Sign-changing solutions of the Brezis–Nirenberg problem: asymptotics and existence results". Relatore: Prof.ssa Filomena Pacella

Borse di studio, assegni di ricerca, post-doc:

- Vincitore di un posto con borsa al concorso per l'ammissione al XVII ciclo (1/1/2012-31/12/2014) del Dottorato in Matematica presso l'Università di Roma Tre. (Settembre 2011)
- Vincitore di un assegno di ricerca annuale presso il Dipartimento di Matematica "G. Castelnuovo", Università "La Sapienza" Roma. Periodo di fruizione: 01/04/2015–30/04/2015.
- Vincitore di un assegno di ricerca biennale (ed esteso per 2 mesi) presso il Dipartimento di Matematica "G. Peano", Università di Torino. Periodo di fruizione: 01/05/2015–30/06/2017.
- Vincitore di un post-doc annuale presso l'Université Libre de Bruxelles. Periodo di fruizione: 01/07/2017–30/06/2018.
- Vincitore di un assegno di ricerca annuale presso il Dipartimento di Matematica "G. Castelnuovo", Università "La Sapienza" Roma (Dicembre 2018). In servizio dal 01/02/2019.
- Vincitore di un post-doc biennale assegnato dalla fondazione della ricerca dello stato di San Paolo (Brasile) FAPESP, presso Instituto de ciências matemáticas e de computação, Universidade de São Paulo.
- Vincitore del concorso FNRS-F.N.R. (Fonds de la Recherche Scientifique), Chargé de recherches - 2019, per l'attribuzione di borse post-doc triennali in belgio. Titolo del progetto finanziato: "On the regularity of the minimizer of the electrostatic Born-Infeld energy and the existence of spacelike hypersurfaces of prescribed mean curvature in the Lorentz-Minkowski space". Sede scelta per l'attività di ricerca: Université Libre de Bruxelles.

Esperienza lavorativa e didattica:

- Docente di Matematica e Fisica e tutor presso il Liceo Linguistico "G.G. Byron" di Lucca (Febbraio 2009-Luglio 2011)
- Esercitatore di Analisi Matematica II per il corso di laurea in Fisica, Università di Roma Tre. (I semestre a.a. 2014/2015), Responsabile del corso: Prof. P. Esposito.
- Supervisore di parte della tesi di Dottorato del Dr. Gabriele Cora, Università di Torino.

Finanziamenti:
Ottenuto un finanziamento da parte del Gruppo Nazionale per l'Analisi Matematica, la Probabilità e le loro Applicazioni, dell' INDAM per il progetto: "Il modello di Born-Infeld per l'elettromagnetismo nonlineare: esistenza, regolarità e molteplicità di soluzioni". Coordinatore del progetto: Dott.ssa F. Colasuonno.

Partecipazione a Scuole e Convegni:

(1) Scuola "Trends in Nonlinear Elliptic and Parabolic Equations" organizzata dalla Scuola Matematica Internazionale (SMI) a Cortona (15-27 Luglio 2012)
(2) Scuola estiva "Nonlinear PDEs from Geometry and Physics", organizzata dal dipartimento di Matematica di Roma Tre (17-21 Settembre 2012)
(3) Conferenza internazionale "Analysis and Partial Differential Equations" presso la British Columbia University, Vancouver, Canada (7-12 Luglio 2013)
(4) Scuola "P(n) School on Recent Trends in Nonlinear PDEs" presso il Dipartimento di Matematica de "La Sapienza", Roma (17-20 settembre 2013)
(5) Scuola "Spring school on nonlinear PDEs" presso il Dipartimento di Matematica de "La Sapienza", Roma (24-27 Marzo 2014)
(6) Scuola "Corso Intensivo di Calcolo delle Variazioni" tenutasi presso il dipartimento di Matematica dell'Università di Catania (9-14 Giugno 2014)
(7) Conferenza "2nd conference on recent trends in nonlinear phenomena", Napoli (4-6 Novembre 2015)
(8) Scuola e Workshop "PDEs and Applications", Napoli (8-12 Febbraio 2016)
(9) Conferenza "First Belgium Chile Italy Conference in PDEs", Bruxelles (13-17 Novembre 2017)
(10) Scuola e Workshop "Intensive week of PDEs at Spa", Spa (11-15 Dicembre 2017)
(11) Scuola e Workshop "Intensive Week of PDEs@Cogne", Cogne (2-7 Giugno 2019)

Comunicazioni, Seminari, Conferenze:

(1) Comunicazione al convegno "Two- Day Meeting in Honor of Antonio Ambrosetti", Venezia, Istituto Canossiano Le Romite (Dicembre 2014)
(2) Seminario presso il Dipartimento di Matematica "G. Castelnuovo", Università "La Sapienza", Roma (4 Febbraio 2016)
(3) Speaker alla conferenza "Bruxelles-Torino talks in PDEs", Torino, (2-5 Maggio 2016)
(4) Comunicazione alla conferenza "9th European Conference on Elliptic and Parabolic Problems", Gaeta (Italia). (23-27 Maggio 2016)
(5) Speaker alla conferenza "PDEs at the Grand Paradis", Cogne (20-24 Giugno, 2016)
(6) Comunicazione al congresso "The 11th AIMS Conference on Dynamical Systems, Differential Equations and Applications", Orlando, Florida (USA) (1-5 Luglio, 2016)
(7) Speaker invitato al workshop "Roma Caput PDE", Università "La Sapienza", Roma (23-26 Gennaio 2017).
(8) Speaker invitato al convegno "Topics in nonlinear analysis and applications", Università Milano "Bicocca", Milano (15-16 Marzo 2017).
(9) Comunicazione alla conferenza "Nonlinear Analysis in Rome", University of Notre Dame Rome (26-30 Giugno 2017).
(10) Speaker invitato alla conferenza "Nonlinear Analysis and PDEs in Caserta", Università degli Studi della Campania "L. Vanvitelli", Caserta (10-14 Settembre 2018).
(11) Comunicazione alla conferenza "Partial Differential Equations in Analysis and Mathematical Physics", Cagliari (30 Maggio-1 Giugno 2019).

Periodi di visita:

(1) Université Libre de Bruxelles, invitato dal Prof. Denis Bonheure, Bruxelles, 13-18 Novembre 2016.
(2) Università di Torino, invitato dal Prof. Paolo Caldiroli, 11-18 Maggio 2018 e 3-28 Settembre 2018.

Pubblicazioni:

(1) A. Iacopetti, *Asymptotic analysis for radial sign-changing solutions of the Brezis-Nirenberg problem,* Annali di Matematica Pura ed Applicata, Vol. 194 Issue 6, 1649–1682 (2015).
(2) A. Iacopetti, F. Pacella, *A nonexistence result for sign-changing solutions of the Brezis-Nirenberg problem in low dimensions*, Journal of Differential Equations, 258 no. 12, 4180–4208 (2015).
(3) A. Iacopetti, F. Pacella, *Asymptotic analysis for radial sign-changing solutions of the Brezis-Nirenberg problem in low dimensions*, Progress in Nonlinear Diff. Eq. and their Appl., Springer, Vol. 86, 325–343 (2015).
(4) A. Iacopetti, G. Vaira, *Sign-changing tower of bubbles for the Brezis-Nirenberg problem*, Commun. Contemp. Math., **18** (2016), 1550036.
(5) P. Caldiroli, A. Iacopetti, *Existence of stable H-surfaces in cones and their representation as radial graphs*, Calculus of Variations and PDE's (2016), 55: 131. doi:10.1007/s00526-016-1074-8.
(6) A. Iacopetti, G. Vaira, *Sign-changing blowing-up solutions for the Brezis–Nirenberg problem in dimensions four and five*, Annali della Scuola Normale Superiore di Pisa, Vol. XVIII, Issue 1, 1–38 (2018), doi: 10.2422/2036-2145.201602_003.
(7) P. Caldiroli, A. Iacopetti, *Existence of isovolumetric $\mathbb{S}^2$-type stationary surfaces for capillarity functionals*, Revista Matemàtica Iberoamericana 34, no. 4, 1685–1709 (2018).
(8) G. Cora, A. Iacopetti, *On the structure of the nodal set and asymptotics of least energy sign-changing radial solutions of the fractional Brezis-Nirenberg problem*, Nonlinear Analysis 176, 226–271 (2018).
(9) D. Bonheure, A. Iacopetti, *On the regularity of the minimizer of the electrostatic Born-Infeld energy*, Arch. Ration. Mech. Anal. 232, 697–725 (2019).
(10) D. Bonheure, A. Iacopetti, *Spacelike radial graphs of prescribed mean curvature in the Lorentz-Minkowski space*, Analysis & PDE (in stampa).
(11) G. Cora, A. Iacopetti, *Sign-changing bubble-tower solutions to fractional semilinear elliptic problems*, Discrete and Continuous Dynamical Systems - Series A (in stampa).

Lavori in preparazione:

(1) P. Caldiroli, A. Iacopetti, M. Musso, *Immersed tori of prescribed mean curvature.*
(2) F. Leoni, G. Galise, A. Iacopetti, F. Pacella, *Concentration of radial sign-changing solutions in a ball for a class of fully nonlinear equations.*

Attività scientifica:

L'ambito della mia attività di ricerca è quello dell'Analisi non lineare, con applicazione a questioni connesse alle Equazioni alle derivate parziali, al Calcolo delle variazioni, e alla Geometria differenziale.

Durante il periodo di stesura della tesi di laurea specialistica ho acquisito una buona conoscenza della teoria della regolarità ellittica e della teoria relativa alle equazioni ellittiche totalmente non lineari. In tale ambito ho ottenuto risultati parziali concernenti la differenziabilità globale di soluzioni forti per equazioni e sistemi ellittici totalmente non lineari, che soddisfano una condizione introdotta da S. Campanato.

Il tema di ricerca affrontato durante il dottorato è stato lo studio di un problema ellittico semilineare classico, noto come "Problema di Brezis-Nirenberg", e lo scopo della tesi è stato quello di fornire contributi relativi all'analisi asintotica, all'esistenza (e non esistenza) di soluzioni che cambiano segno di energia minima del tipo "tower of bubbles".

Come assegnista di ricerca presso l'Università di Torino mi sono occupato di alcune tematiche legate al problema di Plateau e al problema della ricerca di punti critici vincolati per funzionali di tipo capillarità. In particolare, ho studiato il problema dell'ostacolo per H-superfici in coni, la loro rappresentazione globale come grafico radiale, e l'esistenza di punti critici di tipo sella vincolati al volume per funzionali di tipo capillarità, in relazione anche al problema delle H-bolle. Inoltre, ho supervisionato parte della tesi di dottorato del Dott. G. Cora, proponendo come argomento lo studio delle proprietà qualitative ed asintotiche di soluzioni nodali di energia minima di problemi ellittici semilineari frazionari.

Come post-doc presso l'Université Libre de Bruxelles ho realizzato due lavori. Il primo articolo riguarda il problema di Plateau per grafici radiali di curvatura media prescritta (di tipo spazio) nello spazio di Lorentz-Minkowski, che si appoggiano su domini limitati dello spazio iperbolico. Il secondo riguarda la regolarità $C^{1,\alpha}$-locale del minimo dell'energia elettrostatica di Born-Infeld, e delle relazioni con la PDE corrispondente, governata dall'operatore di curvatura media nello spazio di Lorentz-Minkowski.

Attualmente come assegnista di ricerca presso l'Università di Roma "La Sapienza", in collaborazione con le Prof.sse F. Pacella, F. Leoni e il Dott. G. Galise stiamo studiando i fenomeni di concentrazione per le soluzioni nodali di problemi semilineari quasi sottocritici, governati dagli operatori estremali di Pucci.

Una breve descrizione delle questioni affrontate e dei risultati ottenuti è la seguente:

Problema di Brezis–Nirenberg: consideriamo il problema ellittico semilineare

$$\begin{cases} -\Delta u = \lambda u + |u|^{2^*-2}u & \text{in } \Omega \\ u = 0 & \text{su } \partial\Omega, \end{cases} \tag{1}$$

dove $\Omega \subset \mathbb{R}^N$ è un dominio limitato e regolare, $N \geq 3$, $\lambda > 0$ e $2^* = \frac{2N}{N-2}$ è l'esponente critico per l'immersione di Sobolev di $H_0^1(\Omega)$ in $L^p(\Omega)$, $p > 1$.

Poiché l'immersione di $H_0^1(\Omega)$ in $L^{2^*}(\Omega)$ non è compatta, ci sono difficoltà nel cercare punti critici del funzionale energia associato a (1) con i metodi diretti del calcolo delle variazioni. Inoltre osserviamo che (1) è connesso a molti problemi in ambito geometrico e fisico in cui manca compattezza, fra tutti ricordiamo il problema di Yamabe. Per questi motivi il Problema (1) è stato ampiamente studiato nel corso degli ultimi decenni.

Il primo risultato fondamentale è contenuto in un articolo di Brezis e Nirenberg [18], e riguarda l'esistenza di soluzioni positive. In tale lavoro è stato messo in luce il ruolo determinante che la dimensione gioca nello studio di (1). Infatti è stato provato che:

- se $N \geq 4$ allora esiste una soluzione positiva di (1) per ogni $\lambda \in (0, \lambda_1(\Omega))$, dove $\lambda_1(\Omega)$ è il primo autovalore di $-\Delta$ in $H_0^1(\Omega)$.

- se $N = 3$ allora esistono soluzioni positive per λ lontano da zero. Se $\Omega = B$ è una palla, esistono soluzioni positive se e solo se $\lambda \in (\frac{\lambda_1(B)}{4}, \lambda_1(B))$.

Per quanto riguarda le soluzioni che cambiano segno sono stati ottenuti in [25] risultati di esistenza sia per $\lambda \in (0, \lambda_1(\Omega))$ che per $\lambda > \lambda_1(\Omega)$, quando $N \geq 4$. Il caso $N = 3$ presenta anche maggiori difficoltà rispetto a quanto visto per le soluzioni positive: infatti non è ancora noto se esistano o meno soluzioni nodali non radiali nella palla per $\lambda \in (0, \frac{\lambda_1(B)}{4})$. Tuttavia anche le dimensioni $N = 4, 5, 6$ presentano peculiarità interessanti. Infatti, Atkinson, Brezis e Peletier in [2], e Adimurthi e Yadava in [1], hanno provato che esiste un numero positivo $\lambda^* = \lambda^*(N)$ tale che soluzioni radiali di (1) nella palla che cambiano segno non possono esistere per $\lambda \in (0, \lambda^*)$. Per $N \geq 7$, tali soluzioni invece esistono sempre, per $\lambda \in (0, \lambda_1(B))$, come provato da Cerami, Solimini e Struwe in [26]. Dal risultato di non esistenza di Atkinson, Brezis e Peletier sorge una domanda:

(Q1) E' possibile estendere, in qualche modo, questo risultato ad altri domini limitati? E quali sono le soluzioni nodali che giocano lo stesso ruolo di quelle radiali nel caso della palla?

Altri risultati legati a questa questione, sono stati ottenuti successivamente da Ben Ayed, El Mehdi e Pacella [8, 9], i quali hanno analizzato il comportamento asintotico di soluzioni di energia minima che cambiano segno in domini generali Ω, in dimensione $N = 3$ e $N \geq 4$, per λ che tende al valore limite per il quale esistono soluzioni nodali. Tale valore limite del parametro è un certo $\bar{\lambda} > 0$, se $N = 3$, ed è 0 se $N \geq 4$. Più precisamente, essi hanno studiato soluzioni nodali u_λ di (1) tali che $\|u_\lambda\|^2 \to 2S^{N/2}$ (dove $\|\cdot\|$ è la norma usuale di $H_0^1(\Omega)$, S è la migliore costante di Sobolev) e provato che:

i) se $N = 3$ la parte positiva u_λ^+ e la parte negativa u_λ^- scoppiano e si concentrano in due punti distinti di Ω, per $\lambda \to \bar{\lambda}$, ed esse hanno entrambe il profilo asintotico di una (standard) "bubble" in $\mathbb{R}^3$ (cioè di una soluzione positiva di energia finita dell'equazione $-\Delta U = U^{2^*-1}$ in $\mathbb{R}^3$).

ii) se $N \geq 4$ e le velocità di concentrazione di u_λ^+ e u_λ^- sono comparabili (ovvero se il rapporto fra le loro norme L^∞ è compreso fra due costanti positive, per $\lambda \to 0^+$) allora ancora si ha che u_λ^+ e u_λ^- si concentrano in due punti distinti di Ω, per $\lambda \to 0^+$, avendo ciascuna il profilo limite di una "bubble" in $\mathbb{R}^N$.

Poiché in ii) si assume che u_λ^+ e u_λ^- esplodano con la stessa velocità, un'altra domanda sorge:
(Q2) Se $N \geq 4$, esistono soluzioni nodali di energia minima u_λ di 1 tali che u_λ^+ e u_λ^- si concentrano ed esplodono nello stesso punto, per $\lambda \to 0^+$? In caso affermativo, qual è il loro profilo limite? Esiste una qualche differenza fra il caso $N = 4, 5, 6$ e quello $N \geq 7$?

Nella tesi di dottorato, e nella relativa produzione scientifica abbiamo dato risposte alle questioni **(Q1)** e **(Q2)**.

Al fine di capire quale tipo di risultati potevamo aspettarci e di comprendere meglio il teorema di non esistenza di Atkinson, Brezis e Peletier abbiamo analizzato per prima cosa il comportamento asintotico di soluzioni radiali (nella palla) che cambiano segno aventi due zone nodali. Nel primo articolo [38] abbiamo considerato il caso $N \geq 7$, provando che:

(R1) La parte positiva, u_λ^+ e quella negativa u_λ^- si concentrano ed esplodono con velocità diverse nello stesso punto, che è il centro della palla, per $\lambda \to 0^+$, ed il profilo limite, sia di u_λ^+ che di u_λ^-, è quello di una bubble in $\mathbb{R}^N$. In altre parole la soluzione u_λ ha l'aspetto di una "tower of two bubbles".

In [40] abbiamo studiato i casi rimanenti, dimostrando che:

(R2) Se $N = 4, 5, 6$, $B \subset \mathbb{R}^N$ è una palla, e $\bar{\lambda} > 0$ è un certo valore limite legato all'equazione ordinaria associata a (1), si ha:

- se $N = 4, 5$, si ha $\bar{\lambda} = \lambda_1(B)$, assumendo senza perdita di generalità che $u_\lambda(0) > 0$ allora u_λ^+ si concentra ed esplode nel centro della palla, ed ha come profilo limite la standard bubble in $\mathbb{R}^N$, mentre u_λ^- converge a zero uniformemente, per $\lambda \to \bar{\lambda}$.
- se $N = 6$, allora $\bar{\lambda} \in (0, \lambda_1(B))$ e u_λ^+ si comporta come nel caso $N = 4, 5$ mentre u_λ^- converge all'unica soluzione positiva di (1) in B, per $\lambda \to \bar{\lambda}$.

Osserviamo che [38] fornisce, per $N \geq 7$, il primo esempio di soluzioni nodali con il profilo asintotico di una "tower of bubbles" per il problema di Brezis–Nirenberg. Il naturale sviluppo di **(R1)** è stato quello di cercare soluzioni di questo tipo in domini limitati (regolari) qualsiasi per $N \geq 7$.

Nel lavoro [41], usando un metodo di approssimazione basato sul metodo di riduzione finito dimensionale di Lyapunov–Schmidt, abbiamo costruito soluzioni nodali di tipo "bubble tower", per $N \geq 7$ e per domini limitati che soddisfano un'opportuna proprietà di simmetria (in realtà l'ipotesi di simmetria è solo volta a snellire la trattazione in quanto molto laboriosa dal punto di vista computazionale). Osserviamo inoltre che per ottenere il risultato (si veda il Teorema 1.1 di [41]) abbiamo introdotto una nuova idea basata sullo spezzamento del termine di resto. Infatti, se si cercano soluzioni del tipo "tower of bubbles", l'usuale metodo di riduzione finito-dimensionale porta a dei funzionali ridotti privi di punto critico.

Occorre sottolineare che in [41] l'ipotesi $N \geq 7$ non è solo tecnica, ma è necessaria. Infatti, nel successivo articolo [39], usando un'identità di Pohozaev ed opportune stime abbiamo provato che in domini generici non possono esistere soluzioni nodali del tipo "tower of bubbles" per $\lambda \to 0^+$, quando $N = 4, 5, 6$.

Come conseguenza dell'analisi svolta e dei risultati ottenuti, è ragionevole pensare che, in domini generali, le soluzioni nodali che si comportano come quelle radiali nella palla siano quelle del tipo "towers of two bubbles", per $\lambda \to 0^+$. Il risultato contenuto in [39] costituisce quindi la controparte del teorema di non esistenza di Atkinson, Brezis e Peletier per soluzioni nodali radiali nella palla, quando $N = 4, 5, 6$.

Tenuto conto di **(R2)**, è lecito aspettarsi che per $N = 4, 5$ e per un dominio limitato generico Ω, esistano soluzioni nodali tali che la parte positiva esplode e si concentra in un punto $x_0 \in \Omega$, mentre $u_\lambda^- \to 0$ per $\lambda \to \lambda_1(\Omega)$. Per $N = 6$ invece dovrebbero esistere soluzioni nodali u_λ il cui profilo è dato da una bubble (per u_λ^+) e una soluzione positiva di (1) per u_λ^-. I casi $N = 4, 5$ sono stati trattati nel lavoro [42]. In tale articolo, abbiamo dimostrato l'esistenza di soluzioni nodali di (1), per λ vicino a $\lambda_1(\Omega)$ e che sono la sovrapposizione a segno alterno di una bubble e della prima autofunzione di $-\Delta$ in $H_0^1(\Omega)$ moltiplicata per un fattore che va a zero per $\lambda \to \lambda_1$.

Soluzioni di questo tipo verificano una congettura di Atkinson Brezis e Peletier contenuta in [2] anche nel contesto più generale di domini limitati qualsiasi. Il caso $N = 6$ invece non è stato ancora investigato.

Problema di Plateau: il problema di Plateau è un problema classico ed ampiamente studiato nella letteratura: fissata una curva di Jordan $\Gamma \subset \mathbb{R}^3$ e una funzione $H : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$, si cercano, se esistono, superfici del tipo disco $X : \overline{B} \to \mathbb{R}^3$ ($B \subset \mathbb{R}^2$ è il disco unitario) che si appoggiano su Γ e aventi curvatura media $H(X)$.

Molti sono i risultati concernenti superfici minime ($H \equiv 0$) o più in generale superfici di curvatura media costante, mentre meno vasta è la letteratura riguardante il caso di superfici di curvatura media prescritta variabile, dette H-superfici.

La formulazione analitica del problema è la seguente: una mappa $X\colon \overline{B} \to \mathbb{R}^3$ è detta H-superficie di tipo disco che si appoggia su Γ se $X \in C^0(\overline{B}, \mathbb{R}^3) \cap C^2(B, \mathbb{R}^3)$ soddisfa

$$\Delta X = 2H(X)X_u \wedge X_v \quad \text{in } B \tag{2}$$

$$|X_u|^2 - |X_v|^2 = 0 = X_u \cdot X_v \quad \text{in } B \tag{3}$$

$$X|_{\partial B}\colon \partial B \to \Gamma \text{ è una parametrizzazione (orientata) di } \Gamma. \tag{4}$$

E' noto che se X è una H-superficie, allora X ha curvatura media $H(X)$ nei punti regolari, ovvero dove $\nabla X \neq 0$.

Nel lavoro [21] abbiamo affrontato il problema dell'esistenza di H-superfici aventi sostegno in un cono di $\mathbb{R}^3$ e abbiamo affrontato la problematica della loro rappresentabilità come grafico radiale. Fissato un cono di apertura angolare $\beta \in (0, \pi/2)$,

$$\mathfrak{C}_\beta := \{p = (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid z > |p| \cos \beta\},$$

una curva di Jordan $\Gamma \subset \overline{\mathfrak{C}_\beta} \setminus \{0\}$, e una mappa $H\colon \overline{\mathfrak{C}_\beta} \to \mathbb{R}$, ci siamo posti il problema di fornire condizioni sulla funzione H affinché esistano H-superfici stabili con sostegno in $\overline{\mathfrak{C}_\beta} \setminus \{0\}$ (problema dell'ostacolo in $\overline{\mathfrak{C}_\beta}$). Il risultato ottenuto in [21] è il seguente:

Teorema 1. *Sia $\beta \in (0, \frac{\pi}{2})$ e sia $H\colon \overline{\mathfrak{C}_\beta} \to \mathbb{R}$ una mappa di classe C^1, soddisfacente*

$$|H(p)||p| \leq \frac{\cos \beta}{2(1 + \cos \beta)} \quad \forall p \in \overline{\mathfrak{C}_\beta}\,. \tag{5}$$

Allora, per ogni curva di Jordan rettificabile $\Gamma \subset \overline{\mathfrak{C}_\beta} \setminus \{0\}$ esiste una H-superficie $X \in C^0(\overline{B}, \mathbb{R}^3) \cap C^2(B, \mathbb{R}^3)$ che si appoggia su Γ e contenuta in $\overline{\mathfrak{C}_\beta} \setminus \{0\}$. Inoltre si ha che $X(B) \subset \mathfrak{C}_\beta$.

La strategia impiegata è stata quella di minimizzare l'energia associata a (2) in un opportuno insieme di funzioni ammissibili. Ci limitiamo a sottolineare che una delle maggiori difficoltà della dimostrazione consiste nell'escludere che il minimo ottenuto tocchi il vertice del cono ostacolo $\partial \mathfrak{C}_\beta$.

La seconda problematica affrontata in [21] riguarda la rappresentabilità come grafico radiale delle H-superfici che si appoggiano su curve di Jordan Γ del tipo grafico radiale, ovvero della forma

$$\Gamma = \{f(q)q \mid q \in \partial\Omega\}, \tag{6}$$

dove $f : \partial\Omega \to \mathbb{R}^+$ e $\Omega \subset \mathbb{S}^2$ è un dominio della sfera unitaria.

Ricordiamo per completezza anche la definizione geometrica di superficie di tipo grafico radiale.

Definizione 1. *Una superficie si dice di tipo grafico radiale (rispetto all'origine) se ogni semiretta uscente dall'origine interseca il sostegno della superficie in al massimo un punto.*

Il problema della rappresentabilità di H-superfici come grafico radiale è una naturale generalizzazione di quello della rappresentabilità come grafico cartesiano, problema ampiamente studiato nella letteratura: Radó in [46] ha provato che superfici minime che si appoggiano su una curva di Jordan che si proietta biettivamente sul bordo di un dominio convesso planare $D \subset \mathbb{R}^2$, sono rappresentabili come grafico cartesiano su D. Serrin in [48], Gulliver and Spruck in [34] hanno provato lo stesso risultato nel caso di superfici di curvatura media costante, ma con diverse ipotesi. Lo stesso risultato è stato provato da Sauvigny in [47] per superfici con curvatura media variabile aventi sostegno contenuto in un cilindro.

In [21] abbiamo provato che se Ω è un dominio di $\mathbb{S}^2$ che verifica un'opportuna condizione di convessità, Γ è della forma (6), H verifica (5) e la seguente condizione di monotonia

$$H(p) + \nabla H(p) \cdot p \geq 0 \quad \forall p \in \overline{\mathfrak{C}_\beta}\,, \tag{7}$$

allora la proiezione radiale di X (superficie di energia minima trovata nel Teorema 1) è un diffeomorfismo fra $\overline{B}$ e $\overline{\Omega}$, e $X(\overline{B})$ può essere rappresentato come grafico radiale. In particolare X è una superficie regolare.

Ricordiamo che Serrin ha provato in [49] l'esistenza di superfici di tipo grafico radiale sotto le seguenti assunzioni: Γ è della forma (6), dove Ω è un dominio regolare contenuto in un emisfero di $\mathbb{S}^N$, H è una funzione positiva e costante lungo i raggi di Ω, e tale che

$$\mathcal{H}_{\partial\Omega}(q) \geq \frac{N}{N-1} H(q) f(q) \quad \forall q \in \partial\Omega\,, \tag{8}$$

dove $\mathcal{H}_{\partial\Omega}$ è la curvatura media di $\partial\Omega$ (pensata come sottovarietà di Ω).

Se compariamo la condizione (5) con la (8) nel caso in cui Ω è una calotta sferica, risulta che (8) è meno restrittiva. Tuttavia, il nostro risultato è valido anche per funzioni di curvatura media H che cambiano segno e non costanti lungo i raggi di Ω.

Osserviamo inoltre che il nostro risultato è conseguenza di un risultato più generale provato in [21] valido per H-superfici (non necessariamente di energia minima). In questo caso si ottiene che la proiezione radiale è un omeomorfismo fra $\overline{B}$ e $\overline{\Omega}$, e che $X(\overline{B})$ può essere rappresentato come grafico radiale. La strategia adottata nella dimostrazione si basa sull'utilizzo della teoria del grado, sul principio del massimo, su un teorema classico di invertibilità globale e su un risultato di geometria differenziale noto come Teorema di Jordan-Schönflies.

Funzionali di tipo capillarità: consideriamo funzionali della forma

$$F(u) = \int_{\mathbb{S}^2} (1 + Q(u) \cdot \nu)\; d\Sigma\,, \tag{9}$$

dove $Q\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ è un campo vettoriale liscio assegnato, con $|Q|_\infty < 1$, ν e $d\Sigma$ sono, rispettivamente, la mappa di Gauss e l'elemento di area di $\mathbb{S}^2$ indotti da $u : \mathbb{S}^2 \to \mathbb{R}^3$. Questi funzionali sono noti come "funzionali di tipo capillarità" (si veda [35]) e possono essere visti come una correzione del funzionale di area con un termine non omogeneo. La limitazione $|Q|_\infty < 1$ garantisce la validità di disuguaglianze isoperimetriche per (9) (si veda [20]).

In [22] ci siamo occupati di trovare punti critici di (9) in $H^1(\mathbb{S}^2, \mathbb{R}^3)$ rispetto a variazioni che preservano il volume.

Ricordiamo che i funzionali (9) dipendono solo dalla divergenza di Q, quindi si formulano ipotesi solo su $K = \operatorname{div} Q$. Fissata $K\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ regolare, supponiamo che essa verifichi:

(K_1) $\sup_{p\in\mathbb{R}^3} |K(p)p| =: k_0 < 2$ per ogni $p \in \mathbb{R}^3$.

(K_2) $K(p)p \to 0$ per $|p| \to \infty$.

Allora è possibile costruire un campo vettoriale $Q_K \in C^1(\mathbb{R}^3, \mathbb{R}^3)$ tale che $\operatorname{div} Q_K = K$ su $\mathbb{R}^3$ e soddisfacente le proprietà seguenti:

(Q_1) $|Q_K|_\infty < 1$,

(Q_2) $|Q_K(p)| \to 0$ per $|p| \to \infty$.

In [20] sono stati studiati i problemi dell'esistenza e non esistenza di punti critici corrispondenti a minimi per i problemi isovolumetrici

$$
\begin{aligned}
\mathcal{S}_K(t) &:= \inf\left\{\mathcal{F}_K(u) \mid u \in H^1(\mathbb{S}^2,\mathbb{R}^3),\ \mathcal{V}(u)=t\right\} \\
&\text{dove}\quad \mathcal{F}_K(u) := \int_{\mathbb{S}^2} (1 + Q_K(u)\cdot\nu)\, d\Sigma
\end{aligned} \tag{10}
$$

e $\mathcal{V}(u)$ è il funzionale di volume algebrico, definito come l'unica estensione in $H^1(\mathbb{S}^2,\mathbb{R}^3)$ del funzionale integrale

$$
\mathcal{V}(u) = \frac{1}{3}\int_{\mathbb{S}^2} u\cdot\nu\, d\Sigma \quad \text{per } u \in H^1(\mathbb{S}^2,\mathbb{R}^3)\cap L^\infty .
$$

Ricordiamo il seguente risultato provato in [20], sul problema (10) per $t>0$:

Teorema 2. *Sia $K \in C^1(\mathbb{R}^3)$ che soddisfa (K_1)–(K_2). Inoltre si assuma che*

$$
K(p) < 0 \quad \textit{per qualche } p \in \mathbb{R}^3 \tag{11}
$$

e che la costante k_0 che appare in (K_1) soddisfi

$$
2^{2/3}(2+k_0) < (2-k_0)^2\,. \tag{12}
$$

Allora esiste $t_+ > 0$ tale che per ogni $t \in (0,t_+)$ il problema di minimizzazione (10) ammette minimo.

Il valore t_+ può essere caratterizzato nel modo seguente

$$
t_+ := \sup\left\{t \ge 0 \mid K \le 0 \text{ e } K \not\equiv 0 \text{ in qualche palla di raggio } \sqrt[3]{3t/4\pi}\right\}.
$$

In particolare si ha $t_+ = +\infty$ se $K \le 0$ in $\mathbb{R}^3$ (oppure se $K \le 0$ in un cono aperto).

Il segno di K gioca un ruolo importante nella questione dell'esistenza o meno di estremali di (10). Infatti in [20] è stato provato che

Teorema 3. *Sia $K \in C^0(\mathbb{R}^3)$ che verifica (K_1)–(K_2). Se*

$$
K(p) > 0 \quad \textit{per ogni } p \in \mathbb{R}^3, \tag{13}
$$

allora esiste $\tau > 0$ tale che per ogni $t \in (0,\tau)$ il problema di minimizzazione (10) non ha minimo. Inoltre $S_K(t) = S_0 t^{2/3}$, dove $S_0 = \sqrt[3]{36\pi}$ è la costante isoperimetrica.

Poiché quando $K > 0$ non esistono minimi per (10), ci siamo posti il problema di cercare (se esistono) estremali vincolati al volume diversi dai minimi quando $K > 0$. Il principale risultato di [22] è il seguente:

Teorema 4. *Sia $K \in C^{1,\alpha}(\mathbb{R}^3)$ che verifica (K_1)-(K_2). Inoltre si assuma (13) e che la costante k_0 che appare in (K_1) soddisfi*

$$
k_0 < 2(2^{1/3}-1). \tag{14}
$$

Allora esiste una successione $t_n \to 0^+$ tale che l'insieme dei punti critici vincolati di $\mathcal{F}_K$ a volume t_n, denotato con $Crit_{\mathcal{F}_K}(t_n)$, è non vuoto.

La dimostrazione del teorema precedente è basata su un argomento di tipo minimax ispirato al lavoro [4], e sulla teoria del grado. Una significativa difficoltà tecnica risiede nel dimostrare l'esistenza di successioni di Palais-Smale vincolate per $\mathcal{F}_K$ al livello di minimax costruito nella dimostrazione, infatti in generale $\mathcal{F}_K$ non è un funzionale C^1 e neppure differenziabile secondo Gateaux.

Osserviamo infine che i funzionali capillarità sono rilevanti non solo perché costituiscono un modello per fenomeni fisici ma anche per la loro connessione con il problema delle H-bolle. Infatti, punti critici vincolati al volume per $\mathcal{F}_K$ parametrizzano superfici chiuse aventi volume t e curvatura media $H(p) = \frac{1}{2}(K(p)-\lambda)$, dove $K = \operatorname{div} Q$ è prescritta, e λ è una costante corrispondente al moltiplicatore di Lagrange. Da questo punto di vista il Teorema 4 permette di dimostrare esistenza di H-bolle sotto ipotesi meno restrittive rispetto ai lavori [23, 24, 20].

Problema di Plateau per grafici radiali nello spazio di Lorentz-Minkowski: lo spazio di Lorentz-Minkowski $\mathbb{L}^{N+1}$ è definito come lo spazio vettoriale $\mathbb{R}^{N+1}$ equipaggiato con la forma bilineare simmetrica

$$\langle x, y \rangle := x_1 y_1 + \ldots + x_N y_N - x_{N+1} y_{N+1},$$

dove $x = (x_1, \ldots, x_{N+1}), y = (y_1, \ldots, y_{N+1})$. La forma bilineare $\langle \cdot, \cdot \rangle$ è non degenere ed ha segnatura $(N, 1)$. I vettori di $\mathbb{R}^{N+1}$ sono classificati in tre tipi:

Definizione 2. *Un vettore $v \in \mathbb{R}^{N+1}$ è detto:*
- *di tipo spazio se $\langle v, v \rangle > 0$ oppure $v = 0$;*
- *di tipo tempo se $\langle v, v \rangle < 0$;*
- *di tipo luce se $\langle v, v \rangle = 0$ e $v \neq 0$.*

Il modulo di v è definito da $|v| := \sqrt{|\langle v, v \rangle|}$.

Dato uno spazio vettoriale V di $\mathbb{R}^{N+1}$, si considera la metrica indotta $\langle \cdot, \cdot \rangle_V$ definita in modo naturale da

$$\langle v, w \rangle_V := \langle v, w \rangle, \ v, w \in V.$$

In accordo con la Definizione 2 classifichiamo i sottospazi vettoriali di $\mathbb{R}^{N+1}$ nel seguente modo:
- V è di tipo spazio se la metrica indotta è definita positiva;
- V è di tipo tempo se la metrica indotta ha indice uno;
- V è di tipo luce se la metrica indotta è degenere.

Definizione 3. *Sia $M \subset \mathbb{R}^{N+1}$ una ipersuperficie, diciamo che M è di tipo spazio (rispettivamente di tipo tempo, luce) se per ogni $p \in M$ lo spazio vettoriale $T_p M$ è di tipo spazio (rispettivamente di tipo tempo, luce).*

Un modello conveniente per descrivere grafici radiali (si veda (1) per la definizione) di tipo spazio nello spazio di Lorentz-Minkowski è lo spazio iperbolico:

$$\mathbb{H}^N := \{(x_1, \ldots, x_{N+1}) \in \mathbb{L}^{N+1};\ x_1^2 + \ldots + x_N^2 - x_{N+1}^2 = -1,\ x_{N+1} > 0\}.$$

Se $\Omega \subset \mathbb{H}^N$ è un dominio dello spazio iperbolico denotiamo con $\mathcal{C}_\Omega$ il cono in $\mathbb{R}^{N+1}$ generato da Ω. Data $H \in C^1(\overline{\mathcal{C}_\Omega})$ cerchiamo ipersuperfici di tipo spazio parametrizzate da mappe $X : \overline{\Omega} \to \overline{\mathcal{C}_\Omega}$ della forma $X(q) = e^{u(q)} q$, $q \in \overline{\Omega}$, dove $u : \overline{\Omega} \to \mathbb{R}$, e tali che la curvatura media di X in ogni punto regolare $q \in \Omega$ è $H(X(q))$. Per semplicità consideriamo il caso di dato al bordo $u = 0$ su $\partial\Omega$. L'equazione che deve soddisfare u è la seguente:

$$\begin{cases} -\mathrm{div}_{\mathbb{H}^N} \left(\dfrac{\nabla u}{\sqrt{1 - |\nabla u|^2}} \right) + \dfrac{N}{\sqrt{1 - |\nabla u|^2}} = N e^u H(e^u q) & \text{in } \Omega, \\ |\nabla u| < 1 & \text{in } \Omega, \\ u = 0 & \text{su } \partial\Omega, \end{cases} \tag{15}$$

dove $\mathrm{div}_{\mathbb{H}^N}$ denota l'operatore divergenza rispetto alla metrica standard di $\mathbb{H}^n$. Il risultato principale del nostro lavoro [12] è il seguente:

Teorema 5. *Sia $\alpha \in (0, 1)$, e siano $0 < r_1 \leq 1 \leq r_2$, con $r_1 \neq r_2$, sia Ω un dominio limitato di $\mathbb{H}^N$ con bordo di classe $C^{3,\alpha}$, e soddisfacente una condizione di sfera geodetica esterna. Posto $C_{\overline{\Omega}}(r_1, r_2) := \{p = \rho q \in \mathbb{L}^{N+1};\ q \in \overline{\Omega},\ r_1 \leq \rho \leq r_2\}$, sia $H \in C^{1,\alpha}(C_{\overline{\Omega}}(r_1, r_2))$ tale che:*

i) $H(r_1 q) > r_1^{-1}$ e $H(r_2 q) < r_2^{-1}$ per ogni $q \in \overline{\Omega}$.
ii) $\frac{\partial}{\partial \lambda} (\lambda H(\lambda q)) \leq 0$, per ogni $q \in \overline{\Omega}$, $\lambda \in [r_1, r_2]$.

Allora, esiste un'unica soluzione di (15) *il cui grafico radiale associato è contenuto in* $\mathcal{C}_{\overline{\Omega}}(r_1, r_2)$.

La dimostrazione del Teorema 5 si basa su una variante del Teorema punto fisso di Leray–Schauder, su fini stime a priori. Di particolare rilievo sono le stime a priori per il gradiente, all'interno e al bordo, ottenute sfruttando le ipotesi su H e Ω, la geometria degli spazi di Lorentz-Minkowski e il metodo di troncamento di Stampacchia. Occorre poi evidenziare che il nostro risultato copre uno spettro più ampio di funzioni H rispetto a [7] in quanto nessuna ipotesi di omogeneità su H è richiesta nel Teorema 5, come pure che nessuna condizione di convessità è imposta per Ω, in contrasto con quanto avviene nel caso euclideo (si vedano [21, 46, 51]).

Proprietà qualitative ed asintotiche delle soluzioni nodali di problemi ellittici semilineari non locali: sia $s \in (0, 1)$, $\lambda > 0$, $N > 2s$, e sia $\Omega \subset \mathbb{R}^N$ un dominio limitato regolare. Consideriamo il problema di Brezis–Nirenberg frazionario, ovvero:

$$\begin{cases} (-\Delta)^s u = \lambda u + |u|^{2_s^*-2} u & \text{in } \Omega, \\ u = 0 & \text{in } \mathbb{R}^N \setminus \Omega, \end{cases} \tag{16}$$

dove $2_s^* = \frac{2N}{N-2s}$ è l'esponente critico per l'immersione di $\mathcal{D}^s(\mathbb{R}^N)$ in $L^{2_s^*}(\mathbb{R}^N)$, e $(-\Delta)^s$ è il Laplaciano frazionario, definito come

$$(-\Delta)^s u(x) = C_{N,s} P.V. \int_{\mathbb{R}^N} \frac{u(x) - u(y)}{|x-y|^{N+2s}} \, \mathrm{d}y = C_{N,s} \lim_{\varepsilon \to 0^+} \int_{\mathbb{R}^N \setminus B_\varepsilon(x)} \frac{u(x) - u(y)}{|x-y|^{N+2s}} \, \mathrm{d}y,$$

dove la costante $C_{N,s}$ è data da

$$C_{N,s} = \frac{2^{2s} \Gamma\left(\frac{N}{2} + s\right)}{\pi^{\frac{N}{2}} |\Gamma(-s)|}.$$

Denotiamo con $X_0^s(\Omega)$ lo spazio di Sobolev delle funzioni $u \in H^s(\mathbb{R}^N)$ tali che $u = 0$ in $\mathbb{R}^N \setminus \Omega$, equipaggiato con la norma

$$\|u\|_s^2 = \frac{C_{N,s}}{2} \int_{\mathbb{R}^{2N}} \frac{|u(x) - u(y)|^2}{|x-y|^{N+2s}} \, \mathrm{d}x \, \mathrm{d}y,$$

il cui prodotto scalare associato è

$$(u, v)_s = \frac{C_{N,s}}{2} \int_{\mathbb{R}^{2N}} \frac{(u(x) - u(y))(v(x) - v(y))}{|x-y|^{N+2s}} \, \mathrm{d}x \, \mathrm{d}y.$$

Nel lavoro [29], scritto in collaborazione con il Dott. G. Cora (Università di Torino), ci siamo occupati di descrivere le proprietà qualitative ed asintotiche delle soluzioni nodali radiali di energia minima per il problema (16) nella palla. Più precisamente ci siamo occupati delle seguenti questioni:

Problema a): Sia $B_R \subset \mathbb{R}^N$ la palla di centro R centrata nell'origine, dimostrare la proprietà seguente

$(\mathcal{P})$ se u è una soluzione radiale nodale del Problema (16) in B_R e $u(0) = 0$ allora $u \equiv 0$.

Problema b): Determinare il numero di componenti connesse del complementare dell'insieme nodale, ed il numero di cambi di segno, di soluzioni radiali che cambiano segno di energia minima di (16) nella palla, quando λ è vicino a zero.

Ricordiamo che $u = u_{s,\lambda}$ è detta soluzione nodale di energia minima per (16) se $I(u) = \inf_{\mathcal{M}} I$, dove I è il funzionale energia associato a (16) e $\mathcal{M}$ è l'insieme di Nehari nodale, ovvero

$$\mathcal{M} = \{w \in X_0^s(\Omega) \mid w^{\pm} \not\equiv 0, I'(w)[w^{\pm}] = 0\}.$$

Problema c): Determinare il profilo asintotico di soluzioni nodali radiali di energia minima del Problema (16) nella palla, per $\lambda \to 0^+$.

In [29], studiando il comportamento asintotico di opportuni riscalamenti delle soluzioni abbiamo provato che per ogni $s > 1/2$ esiste un valore $\bar{\lambda}_s > 0$ tale che per ogni $\lambda \in (0, \bar{\lambda}_s)$ ogni soluzione $u_{s,\lambda}$ nodale radiale di energia minima di (16) in B_R verifica la proprietà $(\mathcal{P})$.

Per quanto concerne il Problema b), sfruttando la radialità delle soluzioni, studiando le proprietà dell'insieme nodale dell'estensione di Caffarelli–Silvestre delle soluzioni, utilizzando metodi topologici basati sul teorema della curva di Jordan, il principio del massimo ed un nuovo complesso risultato tecnico, abbiamo ottenuto:

Teorema 6. *Siano $N > 6s$, $s \in (0,1)$ e $R > 0$. Esiste un numero $\hat{\lambda}_s > 0$ tale che per ogni $\lambda \in (0, \hat{\lambda}_s)$ ogni soluzione radiale nodale di energia minima $u_{s,\lambda}$ di (16) in B_R cambia segno al massimo due volte. Inoltre, gli zeri di $u_{s,\lambda} = u_{s,\lambda}(r)$ in $(0,R)$ coincidono con i nodi, ovvero con i cambi di segno di $u_{s,\lambda}$. Più precisamente, una ed una sola delle seguenti vale:*

(1) se $u_{s,\lambda}$ cambia segno due volte allora $u_{s,\lambda}$ si annulla in $[0,R)$ solo nei nodi,
(2) se $u_{s,\lambda}$ cambia segno solo una volta allora $u_{s,\lambda}$ si annulla in $(0,R)$ solo nel nodo ed eventualmente nell'origine.

Teorema 7. *Sia $N \geq 7$ e sia $R > 0$. Esiste $\overline{\lambda} > 0$ tale che per ogni $\lambda \in (0, \overline{\lambda})$ esiste $\bar{s} \in (0,1)$ tale che per ogni $s \in (\bar{s}, 1)$ ogni soluzione radiale nodale di energia minima $u_{s,\lambda}$ di (16) in B_R cambia segno esattamente una volta.*

Occorre sottolineare che, in virtù delle interazioni non locali fra le componenti nodali, i precedenti risultati non sono ottenibili con meri argomenti energetici come nel caso locale (si veda la dimostrazione del Teorema 1.1 in [9]). Osserviamo che per quanto concerne le proprietà di monotonia delle soluzioni radiali nella palla di (16) il metodo dei "moving planes" frazionario è applicabile solo nel caso di soluzioni positive (si veda [27]). Inoltre, il principio del massimo forte (si veda [19]) non permette di escludere che soluzioni nodali di (16), non negative in un intorno di un punto, si annullino nel punto (si veda l'introduzione di [29] per maggiori dettagli). Questo implica che, in generale, per problemi frazionari governati dal Laplaciano frazionario non esista una corrispondenza elementare fra cambi di segno e numero di componenti connesse del complementare dell'insieme nodale.

Per quanto riguarda il Problema c) in [29] abbiamo provato che il profilo limite delle soluzioni radiali nella palla che cambiano segno esattamente una volta è quello di una "tower of two bubbles", per $\lambda \to 0^+$.

Nel recente lavoro [30] abbiamo esteso questi risultati al caso di nonlinearità leggermente sottocritiche, per tutti gli $s \in (0,1)$ e senza ipotesi aggiuntive sul numero di cambi di segno.

Regolarità per il minimo dell'energia elettrostatica di Born-Infeld: è ben noto che, a meno di una scelta opportuna delle costanti, le equazioni di Maxwell nel caso elettrostatico nel vuoto portano all'equazione di Poisson

$$-\Delta u = \rho, \tag{17}$$

dove ρ rappresenta una densità di carica. Se $\rho = \delta_0$, dove δ_0 è la delta di Dirac nell'origine, la soluzione di (17) è data da $u(x) = 1/(4\pi|x|)$ e la sua energia è

$$\mathcal{E} = \frac{1}{2}\int_{\mathbb{R}^3} |\nabla u|^2 \, dx = +\infty.$$

Anche quando $\rho \in L^1(\mathbb{R}^3)$, che è un caso fisicamente rilevante, l'equazione (17) ammette soluzioni di energia infinita (si veda [32]). Da un punto di vista fisico questo significa che il modello di Maxwell viola il principio di finitezza dell'energia. Per evitare questo fenomeno, Born in [14, 15] e successivamente Born e Infeld in [16, 17], proposero un nuovo modello basato sulla modificazione della densità Lagrangiana di Maxwell (si veda [11, Sect.1] per maggiori dettagli). A meno di una scelta opportuna delle costanti, la controparte dell'equazione di Poisson è la seguente:

$$-\operatorname{div}\left(\frac{\nabla u}{\sqrt{1-|\nabla u|^2}}\right) = \rho.$$

L'operatore Q^-, definito da

$$Q^-(u) = -\operatorname{div}\left(\frac{\nabla u}{\sqrt{1-|\nabla u|^2}}\right), \tag{18}$$

appare naturalmente anche in teoria delle stringhe (si veda [33]), e in relatività, dove Q^- rappresenta l'operatore di curvatura media nello spazio di Lorentz-Minkowski $(\mathbb{L}^{N+1}, (\cdot,\cdot)_{\mathbb{L}^{N+1}})$ (si vedano [12, 6, 28, 50]).
Sia $N \geq 3$ e consideriamo il seguente problema:

$$\begin{cases} -\operatorname{div}\left(\dfrac{\nabla u}{\sqrt{1-|\nabla u|^2}}\right) = \rho \quad \text{in } \mathbb{R}^N, \\ \\ \lim\limits_{|x|\to\infty} u(x) = 0. \end{cases} \tag{$\mathcal{BI}$}$$

Il problema $(\mathcal{BI})$ è di natura variazionale. Infatti, consideriamo come "spazio funzionale" l'insieme convesso

$$\mathcal{X} = D^{1,2}(\mathbb{R}^N) \cap \{u \in C^{0,1}(\mathbb{R}^N);\ |\nabla u|_\infty \leq 1\}, \tag{19}$$

equipaggiato con la norma

$$\|u\|_{\mathcal{X}} := \left(\int_{\mathbb{R}^N} |\nabla u|^2 \, dx\right)^{1/2},$$

dove $D^{1,2}(\mathbb{R}^N)$ è il completamento di $C_c^\infty(\mathbb{R}^N)$ rispetto alla norma di cui sopra. Ricordiamo che ogni elemento di $\mathcal{X}$ si annulla all'infinito, che $\mathcal{X}$ è debolmente chiuso e gode di buone proprietà di immersione (in particolare $\mathcal{X}$ si immerge con continuità in $L^\infty(\mathbb{R}^N)$, [11, Sect. 2]). Sia $\mathcal{X}^*$ il duale di $\mathcal{X}$ e si denoti con $\langle\cdot,\cdot\rangle$ l'accoppiamento di dualità.

Fissata $\rho \in \mathcal{X}^*$, l'equazione $(\mathcal{BI})$ è formalmente l'equazione di Eulero-Lagrange relativa al funzionale $I_\rho : \mathcal{X} \to \mathbb{R}$ dato da

$$I_\rho(u) = \int_{\mathbb{R}^N} \left(1 - \sqrt{1-|\nabla u|^2}\right) dx - \langle \rho, u\rangle. \tag{20}$$

Poiché I_ρ non è regolare nei punti $u \in \mathcal{X}$ tali che $|\nabla u|_\infty = 1$ occorre distinguere fra le nozioni di punto critico in senso debole e la nozione di soluzione debole:

Definizione 4. *Diciamo che $u_\rho \in \mathcal{X}$ è un* punto critico in senso debole *per il funzionale I_ρ se* 0 *appartiene al sottodifferenziale di I_ρ in u_ρ (si veda* [11, Sect. 2]*).*

Definizione 5. *Diciamo che* $u_\rho \in \mathcal{X}$ *è una* soluzione debole *di* $(\mathcal{BI})$ *se per ogni* $\psi \in \mathcal{X}$ *si ha*

$$\int_{\mathbb{R}^N} \frac{\nabla u_\rho \cdot \nabla \psi}{\sqrt{1-|\nabla u_\rho|^2}}\, dx = \langle \rho, \psi \rangle. \tag{21}$$

Osserviamo che nel nostro contesto la definizione di punto critico in senso debole è equivalente a richiedere che u_ρ sia un minimo per I_ρ (si veda [11, Sect. 2]), e se ρ è una distribuzione, la formulazione debole di (21) si estende ad ogni $\psi \in C_c^\infty(\mathbb{R}^N)$.

Il funzionale I_ρ è limitato dal basso, coercivo, debolmente semicontinuo inferiormente e strettamente convesso. Dai metodi diretti del Calcolo delle Variazioni esiste un unico minimo (si veda [11, Proposition 2.3]), inoltre ogni soluzione debole di $(\mathcal{BI})$ coincide con il minimo (si veda [11, Proposition 2.6]). Alla luce di questo, una domanda naturale sorge:

Q1: "Se u_ρ è un minimo, è u_ρ soluzione debole di $(\mathcal{BI})$?"

Diversi autori si sono occupati della questione (si vedano [32, 36]) ma sembra molto difficile rispondervi in piena generalità sotto la mera assunzione $\rho \in \mathcal{X}^*$. In alcuni casi particolari però la risposta a **Q1** è affermativa: quando $\rho \in \mathcal{X}^*$ è radialmente distribuita o quando $\rho \in L^\infty_{loc}(\mathbb{R}^N) \cap \mathcal{X}^*$ (si vedano [11, Theorem 1.4, Theorem 1.5]). Nel caso di una distribuzione data dalla sovrapposizione finita di cariche puntiformi, ovvero $\rho = \sum_{i=1}^k a_i \delta_{x_i}$, dove $a_i \in \mathbb{R}$, $x_i \in \mathbb{R}^N$, $i = 1, \ldots, k$, allora il minimo u_ρ è soluzione debole ma lontano dalle cariche, ossia u_ρ risolve debolmente

$$-\operatorname{div}\left(\frac{\nabla u}{\sqrt{1-|\nabla u|^2}}\right) = 0 \quad \text{in } \mathbb{R}^N \setminus \{x_1, \ldots, x_k\}.$$

Inoltre, u_ρ è soluzione classica di $\mathbb{R}^N \setminus \Gamma$, dove Γ è l'insieme dato dall'unione dei segmenti aventi come estremi le cariche $\{x_1, \ldots, x_k\}$. Se le intensità $|a_i|$ sono sufficientemente piccole allora u_ρ è soluzione classica in $\mathbb{R}^N \setminus \{x_1, \ldots, x_k\}$, è di classe $C^\infty(\mathbb{R}^N \setminus \{x_1, \ldots, x_k\})$, strettamente di tipo spazio in tale insieme (ovvero $|\nabla u_\rho| < 1$ in $\mathbb{R}^N \setminus \{x_1, \ldots, x_k\}$) e $\lim_{x \to x_i} |\nabla u_\rho| = 1$ per ogni $i = 1, \ldots, k$ (si vedano [36], [11, Theorem 1.6]).

Un'altra problematica riguarda la regolarità del minimo u_ρ, quando il dato ρ appartiene a L^p, $p \geq 1$. Gli unici risultati noti in letteratura riguardano il caso speciale delle funzioni radiali: se $\rho \in L^p_{rad}(\mathbb{R}^N) \cap \mathcal{X}^*$, $p \geq 1$ allora $u_\rho \in C^1(\mathbb{R}^N \setminus \{0\})$ e se in aggiunta $\rho \in L^p_{rad}(B_\delta(0)) \cap L^s(\mathbb{R}^N) \cap \mathcal{X}^*$, per $s \geq 1$, $p \geq N$ ed una qualche palla $B_\delta(0)$ di raggio $\delta > 0$, allora $u_\rho \in C^1(\mathbb{R}^N)$ (si veda [11, Theorem 3.2]). Quando invece $\rho \in L^\infty_{loc}(\mathbb{R}^N) \cap \mathcal{X}^*$ è noto che il minimo u_ρ è localmente di classe $C^{1,\alpha}$, e se $\rho \in C^k(\mathbb{R}^N) \cap \mathcal{X}^*$ allora $u_\rho \in C^{k+1}(\mathbb{R}^N)$ (si vedano [11, 6]). Tuttavia, tutte le dimostrazioni di questi risultati dipendono in modo sostanziale dalla radialità (nel primo caso), e dalla locale limitatezza di ρ (nel secondo caso).

È interessante quindi chiedersi se per $\rho \in L^p_{loc}(\mathbb{R}^N) \cap \mathcal{X}^*$, $p \geq 1$, il minimo u_ρ appartenga almeno a qualche spazio $W^{2,q}_{loc}(\mathbb{R}^N)$, per un qualche $q \geq 1$, inoltre, quando $p > N$, è naturale domandarsi se sia possibile ottenere, in analogia al caso classico dell'equazione di Poisson, la regolarità $C^{1,\alpha}$ locale. Più precisamente:

Q2: "Se $\rho \in L^p_{loc}(\mathbb{R}^N) \cap \mathcal{X}^*$, con $p > N$ è vero che il minimo u_ρ appartiene a $C^{1,\alpha}_{loc}(\mathbb{R}^N)$, per un qualche $\alpha \in (0,1)$?"

Nel nostro lavoro [13] ci siamo occupati di fornire una prima risposta a **Q1**, **Q2**. I risultati ottenuti sono i seguenti: sia $N \geq 3$, denotiamo con $|\cdot|_q$ la norma standard in $L^q(\mathbb{R}^N)$ e con $2_* := (2^*)' = \frac{2N}{N+2}$ l'esponente coniugato di $2^* = \frac{2N}{N-2}$.

Teorema 8. *Se $\rho \in L^p(\mathbb{R}^N) \cap L^m(\mathbb{R}^N)$, con $p > 2N$, $m \in [1, 2_*]$ allora $u_\rho \in W^{2,2}_{\mathrm{loc}}(\mathbb{R}^N)$.*

Teorema 9. *Sia $p > 2N$ e sia $m \in [1, 2_*]$. Esiste una costante $c = c(N, m, p) > 0$ tale che per ogni $\rho \in L^m(\mathbb{R}^N) \cap L^p(\mathbb{R}^N)$ che soddisfa $|\rho|_m + |\rho|_p \leq c$ si ha che il minimo u_ρ è soluzione debole di $(\mathcal{BI})$, è strettamente di tipo spazio (ovvero $|\nabla u_\rho|_\infty < 1$), e $u \in C^{1,\alpha}_{\mathrm{loc}}(\mathbb{R}^N)$, per un qualche $\alpha \in (0, 1)$.*

Osserviamo che questi risultati non possono essere dedotti in modo diretto da teoremi noti in letteratura in merito alla regolarità dei minimi di funzionali e delle soluzioni di equazioni ellittiche in forma divergenza (si vedano ad esempio [10, 31, 37, 44, 45]). Infatti, la cosiddetta "Teoria di Calderón-Zygmund nonlineare" è modellata sul q-Laplaciano come prototipo, per $q > 2 - \frac{1}{N}$, dove $\Delta_q u := \mathrm{div}\left(|\nabla u|^{q-2}\nabla u\right)$. Ma l'operatore Q^- ha un diverso comportamento (singolare) e non soddisfa le ipotesi strutturali presenti in [37, (1.2)].

References

[1] Adimurthi, S. L. Yadava,*Elementary proof of the nonexistence of nodal solutions for the semilinear elliptic equations with critical Sobolev exponent*, Nonlinear Anal. **14**, no. 9, 785–787 (1990).

[2] F. V. Atkinson, H. Brezis, L. A. Peletier, *Solutions d'equations elliptiques avec exposant de Sobolev critique qui changent de signe*, C. R. Acad. Sci. Paris Sér. I Math. **306**, no. 16, 711–714 (1988).

[3] F. V. Atkinson, H. Brezis, L. A. Peletier, *Nodal solutions of elliptic equations with critical Sobolev exponents*, J. Differential Equations **85**, no. 1, 151–170 (1990).

[4] A. Bahri, Y. Y. Li, *On a Min-Max Procedure for the Existence of a Positive Solution for Certain Scalar Field Equations in $\mathbb{R}^N$*, Rev. Mat. Iberoam. **1–2**, 1–15 (1990).

[5] P. Baroni, *Riesz potential estimates for a general class of quasilinear equations*, Calc. Var. Partial Differential Equations, **53** (3-4) (2015), 803–846.

[6] R. Bartnik and L. Simon, *Spacelike hypersurfaces with prescribed boundary values and mean curvature*, Comm. Math. Phys. **87**, 131–152 (1982).

[7] P. Bayard, *Entire spacelike radial graphs in the Minkowski space, asymptotic to the light-cone, with prescribed scalar curvature*, Ann. I. H. Poincaré, **26**, 903–915 (2009).

[8] M. Ben Ayed, K. El Mehdi, F. Pacella, *Blow-up and nonexistence of sign-changing solutions to the Brezis-Nirenberg problem in dimension three*, Ann. Inst. H. Poincaré Anal. Non Linéaire **23**, no. 4, 567–589 (2006).

[9] M. Ben Ayed, K. El Mehdi, F. Pacella,*Blow-up and symmetry of sign-changing solutions to some critical elliptic equations*, Journal of Differential Equations **230**, 771-795 (2006).

[10] M. Bildhauer, M. Fuchs, *$C^{1,\alpha}$-solutions to non-autonomous anisotropic variational problems*, Calc. Var. Part. Diff. Eq. **24** (2005), 309–340.

[11] D. Bonheure, P. D'avenia, A. Pomponio, *On the Electrostatic Born–Infeld Equation with Extended Charges*, Comm. Math. Phys. **346** (2016), 877–906.

[12] D. Bonheure, A. Iacopetti, *Spacelike radial graphs of prescribed mean curvature in the Lorentz-Minkowski space*, Analysis & PDE (accettato per la pubblicazione) versione preprint arXiv:1712.02114.

[13] D. Bonheure, A. Iacopetti, *On the regularity of the minimizer of the electrostatic Born-Infeld energy*, Arch. Ration. Mech. Anal. 232, 697–725 (2019).

[14] M. Born, *Modified field equations with a finite radius of the electron*, Nature **132** (1933), 282.

[15] M. Born, *On the quantum theory of the electromagnetic field*, Proc. Roy. Soc. London Ser. A **143** (1934), 410–437.

[16] M. Born, L. Infeld, *Foundations of the new field theory*, Nature **132** (1933), 1004.

[17] M. Born, L. Infeld, *Foundations of the new field theory*, Proc. Roy. Soc. London Ser. A **144** (1934), 425–451.

[18] H. Brezis, L. Nirenberg,*Positive solutions of nonlinear elliptic equations involving critical Sobolev exponents*, Comm. Pure. Appl. Math. **36**, 437–477 (1983).

[19] X. Cabré, Y. Sire, *Nonlinear equations for fractional Laplacians, I: Regularity, maximum principles, and Hamiltonian estimates*,Ann. Inst. H. Poincaré Anal. Non Linéaire, **31**, 23–53 (2014).

[20] P. Caldiroli, *Isovolumetric and Isoperimetric Problems for a Class of Capillarity Functionals*, Arch. Ration. Mech. Anal., **218**, 331–361 (2015).

[21] P. Caldiroli, A. Iacopetti, *Existence of stable H-surfaces in cones and their representation as radial graphs*, Calculus of Var. and PDE's, 55: 131. doi:10.1007/s00526-016-1074-8 (2016).

[22] P. Caldiroli, A. Iacopetti, *Existence of isovolumetric $\mathbb{S}^2$-type stationary surfaces for capillarity functionals*, Revista Matemàtica Iberoamericana 34, no. 4, 1685–1709 (2018).

[23] P. Caldiroli, R. Musina, *Existence of minimal H-bubbles*, Commun. Contemp. Math. **4**, 177–209 (2002).

[24] P. Caldiroli, R. Musina, *Bubbles with prescribed mean curvature: the variational approach*, Nonlinear Anal., Theory Methods Appl., Ser. A **74**, 2985–2999 (2011).

[25] A. Capozzi, D. Fortunato, G. Palmieri, *An existence result for nonlinear elliptic problems involving critical Sobolev exponent,* Ann. Inst. H. Poincaré **2**, no. 6, 463–470 (1985).

[26] G. Cerami, S. Solimini, M. Struwe, *Some Existence Results for Superlinear Elliptic Boundary Value Problems Involving Critical Exponents*, Journal of Functional Analysis 69, 289–306 (1986).

[27] W. Chen, C. Li, Y. Li, *A direct method of moving planes for the fractional Laplacian*, Advances in Mathematics **308**, 404–437 (2017).

[28] S.-Y. Cheng and S.-T. Yau, *Maximal space-like hypersurfaces in the Lorentz-Minkowski spaces*, Ann. of Math. **104**, 407–419 (1976).

[29] G. Cora, A. Iacopetti *On the structure of the nodal set and asymptotics of least energy sign-changing radial solutions of the fractional Brezis-Nirenberg problem*, Nonlinear Analysis 176, 226–271 (2018).

[30] G. Cora, A. Iacopetti *Sign-changing bubble-tower solutions to fractional semilinear elliptic problems*, Discrete and Continuous Dynamical Systems - Series A (in stampa).

[31] E. DiBenedetto, J.J. Manfredi, *On the higher integrability of the gradient of weak solutions of certain degenerate elliptic systems*, Amer. J. Math. **115** (1993) 1107–1134.

[32] D. Fortunato, L. Orsina, L. Pisani, *Born-Infeld type equations for electrostatic fields*, J. Math. Phys. **43**, 5698–5706 (2002).

[33] G.W. Gibbons, *Born-Infeld particles and Dirichlet p-branes*, Nuclear Phys. B **514** (1998), 603–639.

[34] R. Gulliver, J. Spruck, *Surfaces of constant mean curvature which have a simple projection*, Math. Z. **129**, 95–107 (1972).

[35] S. Hildebrandt, H. von der Mosel, *Conformal representation of surfaces, and Plateau's problem for Cartan functionals*, Riv. Mat. Univ. Parma (7) 4*, 1–43 (2005).

[36] M.K.-H. Kiessling, *On the quasi-linear elliptic PDE* $-\nabla\cdot(\nabla u/\sqrt{1-|\nabla u|^2}) = 4\pi\sum_k a_k\delta_{s_k}$ *in physics and geometry*, Comm. Math. Phys. **314** (2012), 509–523.

[37] T. Kuusi, G. Mingione, *Universal potential estimates*, J. Funct. Anal. **262** (2012), 4205–4269.

[38] A. Iacopetti, *Asymptotic analysis for radial sign-changing solutions of the Brezis-Nirenberg problem,* Annali di Matematica Pura ed Applicata, Volume 194, Issue 6, 1649–1682 (2015).

[39] A. Iacopetti, F. Pacella, *A nonexistence result for sign-changing solutions of the Brezis-Nirenberg problem in low dimensions*, J. Diff. Eq., **258**, no. 12, 4180–4208 (2015).

[40] A. Iacopetti, F. Pacella, *Asymptotic analysis for radial sign-changing solutions of the Brezis-Nirenberg problem in low dimensions*, Progress in Nonlinear Diff. Eq. and their Appl., Springer, Vol. 86, 325–343 (2015).

[41] A. Iacopetti, G. Vaira, *Sign-changing tower of bubbles for the Brezis-Nirenberg problem*, Commun. Contemp. Math. **18**, 1550036 (2016).

[42] A. Iacopetti, G. Vaira, *Sign-changing blowing-up solutions for the Brezis–Nirenberg problem in dimensions four and five*, Annali della Scuola Normale Superiore di Pisa, Vol. XVIII, Issue 1, 1–38 (2018), DOI: 10.2422/2036-2145.201602_003).

[43] D. Mugnai, *Coupled Klein-Gordon and Born-Infeld type equations: looking for solitary waves*, Proc. R. Soc. Lond. Ser. A Math. Phys. Eng. Sci, **460** (2004), 1519–1527.

[44] P. Marcellini, *Regularity of minimizers of integrals of the calculus of variations with non standard growth conditions*, Arch. Ration. Mech. Anal. **105** (1989), 267–284.

[45] P. Marcellini, *Everywhere regularity for a class of elliptic systems without growth conditions*, Ann. Sc. Norm. Super. Pisa Cl. Sci. **23** (4) (1996), 1–25.

[46] T. Radó, *On the Problem of Plateau*, Berlin: Julius Springer (1933) (reprint: New York: Springer 1971).

[47] F. Sauvigny, *Flächen vorgeschriebener mittlerer Krümmung mit eineindeutiger Projektion auf eine Ebene*, Math. Z. **180**, 41–67 (1982).

[48] J. Serrin, *On the surfaces of constant mean curvature which span a given space curve*, Math. Z. **112**, 77–88 (1969).

[49] J. Serrin, *The problem of Dirichlet for quasilinear elliptic differential equations with many independent variables*, R. Soc. Lond. Philos. Trans. Ser. A Math. Phys. Eng. Sci. **264**, 413–496 (1969).

[50] A. Treibergs, *Entire Spacelike Hypersurfaces of Constant Mean Curvature in Minkowski Space*, Invent. math **66**, 39–56 (1982).

[51] E. Tausch, *The n-dimensional least area problem for boundaries on a convex cone*, Arch. Rat. Mech. Anal. **75**, 407–416 (1981).

Gabriele Mancini

Curriculum Vitae

Current Position

Position	Postdoc in Mathematical Analysis (Assegnista di ricerca)
Institute	Sapienza Università di Roma - Dipartimento di Scienze di Base e Applicate per l'Ingegneria
Project	"Non-linear Partial Differential Equations in Geometry and Physics "
Supervisor	Angela Pistoia
Starting date	September 1st, 2018

Work Experiences

Oct 17 - Aug 18 Postdoc in Mathematical Analysis (Assegnista di ricerca)

Institution: Università degli Studi di Padova - Dipartimento di Matematica Tullio Levi-Civita

Supervisor: Professor Luca Martinazzi.

Project: "Non-linear and non-local differential equations in functional and geometric analysis" Project PP00P2-170588

Oct 15 - Sep 17 Postdoctoral Researcher in Mathematics

Institution: Universität Basel - Departement Mathematik und Informatik

Research Group: Research Group in Mathematical Analysis

Supervisor: Professor Luca Martinazzi.

Research Activity

My research interests include calculus of variations, partial differential equations, functional analysis and Riemannian geometry. Currently, I am studying the existence of solutions to a class of PDEs involving critical exponential nonlinearities and high-order (possibly nonlocal) elliptic operators. In particular, I am interested in the properties of critical points for Adams-Moser-Trudinger functionals and on the study of Liouville-type equations, which have several applications in conformal geometry and mathematical physics. For instance, they appear in

the problem of prescribing the Gaussian curvature of Riemannian surfaces and in the analysis of Abelian Chern-Simons vortices in Electroweak theory. I am also interested in Toda systems, which are relevant in the description of holomorphic curves on projective spaces and in high temperature superconductivity.

My research focuses mainly on the analysis of quantization and blow-up phenomena, and on their applications to the study of existence of solutions through variational and topological methods.

Publications and preprints

- G. Mancini, L. Martinazzi, *Extremals for fractional Moser-Trudinger inequalities in dimension 1 via harmonic extensions and commutator estimates*, preprint available at `https://arxiv.org/abs/1904.10267`.
- M. Grossi, G. Mancini, D. Naimen, A.Pistoia, *Bubbling nodal solutions for a large perturbation of the Moser-Trudinger equation on planar domains*, preprint available at `https://arxiv.org/abs/1903.02060`.

- A. Hyder, G. Mancini, L. Martinazzi, *Local and nonlocal singular Liouville equations in Euclidean spaces*, to appear in International Mathematics Research Notices, 2019, preprint available at `https://arxiv.org/abs/1808.03624`.
- G. Mancini, P.-D. Thizy, *Glueing a peak to a non-zero limiting profile for a critical Moser–Trudinger equation*, J. Math. Anal. Appl. (2019), `https://doi.org/10.1016/j.jmaa.2018.11.084`
- G. Mancini, P.-D. Thizy, *Non-Existence of Extremals for the Adimurthi-Druet Inequality*, Journal of Differential Equations 266 (2018/2019), `http://doi.org/10.1016/j.jde.2018.07.065`.
- G. Mancini, G. Romani, *Uniform bounds for higher-order semilinear problems in conformal dimension*, 2017/2018, preprint available at `https://arxiv.org/abs/1710.05354`.
- A. DelaTorre, G. Mancini, *Improved Adams-type inequalities and their extremals in dimension 2m*, 2017, preprint available at `https://arxiv.org/abs/1711.00892`.
- G. Mancini, L. Martinazzi, *The Moser-Trudinger inequality and its extremals on a disk via energy estimates*, Calculus of Variations and Partial Differential Equations (2017) 56:94, url: `http://doi.org/10.1007/s00526-017-1184-y`.
- S. Iula, G. Mancini, *Extremal Functions for Singular Moser-Trudinger Embeddings*, Nonlinear Analysis 156 (2017), 215-248, url: `http://doi.org/10.1016/j.na.2017.02.029`.
- G. Mancini, *Singular Liouville Equations on S^2: Sharp Inequalities and Existence Results*, preprint available at `http://arxiv.org/abs/1508.02090`.
- G. Mancini, *Onofri-type inequalities for singular Liouville equations*, Journal of Geometric Analysis 26 (2016) Issue 2, 1202–1230, url: `http://doi.org/10.1007/s12220-015-9589-3`.
- L. Battaglia, G. Mancini, *A note on compactness properties of the singular Toda system,* Atti Accad. Naz. Lincei, Rend. Lincei Mat. Appl. 26 (2015), no. 3, 299–307, url: `http://doi.org/10.4171/RLM/708`.
- L. Battaglia, G. Mancini, *Remarks on the Moser-Trudinger inequality*, Adv. Nonlinear Anal. 2 (2013), no. 4, 389–425, url: `http://doi.org/10.1515/anona-2013-0014`.

Teaching Activity

Autumn 2018	Teaching Assistant for the course *Analisi Matematica 1* at *Università degli Studi Roma Tre*, Dipartimento di Ingegneria
Autumn 2016	Lecturer for the course *Variational Methods for Elliptic PDEs* at *Universität Basel*, Departement Mathematik und Informatik
Spring 2016	Teaching assistant for course of *Analysis II* at *Universität Basel*, Departement Mathematik und Informatik
November 2014	Training session for the *Coppa Aurea* project at *Liceo Scientifico Oberdan*, Trieste, Italy
November 2014	Training session for the *Coppa Aurea* project at *Liceo Scientifico Duca degli Abruzzi*, Gorizia, Italy
2007 - 2010	Tutor for the courses of *Analysis II* and *Analysis III* at *Università Degli Studi Roma Tre*, Dipartimento di Matematica

Education

2011–2015 Ph.D. in Applied Mathematics, *SISSA - Scuola Internazionale Superiore di Studi Avanzati, Trieste, Italy*

Date: September 25, 2015

Thesis: *Sharp Inequalities and Blow-up Analysis for singular Moser-Trudinger Embeddings*.

Advisor: Prof. Andrea Malchiodi

2008–2011 Master's Degree in Mathematics, *Università degli Studi Roma Tre, Rome, Italy*

Graduation Marks: 110/110 cum laude

Thesis Title: *Moser-Trudinger inequality and applications to a geometric problem*

Advisor: Prof. Giovanni Mancini

2005–2008 Bachelor's Degree in Mathematics, *Università degli Studi Roma Tre, Rome, Italy*

Graduation Marks: 110/110 cum laude

Final Exam: B-type final exam (PFB).

2000–2005 High School Diploma, *Liceo Scientifico Statale Farnesina, Rome, Italy*

Indirizzo Scientifico Sperimentale PNI

Final Mark: 100/100

Thesis: *La teoria della relatività di Einstein: originalità ed inquadramento storico culturale*

Honors and Awards

March 2009 Grant by *Istituto Nazionale Di Alta Matematica* (INDAM) for first year students of Master's course of Mathematics

September 2005 Grant by *Università degli Studi Roma Tre* for first year students of Bachelor's course of Mathematics

March 2005 Winner of the free enrolment contest by *Università degli Studi Roma Tre*

Other Experiences

2014-2018 Reviewer for several Mathematical Journals including

- Analysis and PDE
- Calculus of Variations and Partial Differential Equations
- Zeitschrift für angewandte Mathematik und Physik
- Communications in Partial Differential Equations
- Discrete and Continuous Dynamical System
- Transactions of the American Mathematical Society
- Journal of Functional Analysis

Latest Seminars and Presentations

June 2019 *Bubbling phenomena for a class of perturbed Moser-Trudinger critical problems in dim. two*

Intensive Week of PDEs@Cogne, Cogne, Italy

May 2019 *Energy quantification for perturbed Moser-Trudinger functionals in dimension two*

International Conference on Elliptic and Parabolic Problems, Gaeta, Italy

May 2019 *Bubbling nodal solutions for a large perturbation of the Moser-Trudinger eq. on planar domains*

Nonlinear Geometric PDE's, Banff International Research Station, Banff, Alberta, Canada

December 2018 *Energy quantification for Moser-Trudinger type nonlinearities in dimension two*
Dipartimento di Matematica Guido Castelnuovo, Università Sapienza di Roma, Rome, Italy

May 2018 *Improved Adams-type inequalities and their extremals in dimension 2m*
Università degli studi di Padova, Padova, Italia

May 2017 *Critical points and extremals of Moser -Trudinger type functionals on a disk*,
Università degli studi di Milano, Milano, Italia

May 2017 *The Moser -Trudinger inequality and its extremals on a disk via energy estimates*
International Conference on Elliptic and Parabolic Problems, Gaeta, Italy

June 2016 *Critical points and Extremals of the Moser-Trudinger inequality*
2016 EWM-EMS Summer School, Institut Mittag-Leffler, Stockholm, Sweden

May 2015 *Compactness Properties for Singular Liouville Equations and Systems*
Universität Basel, Basel, Switzerland

May 2015 *Onofri-type Inequalities for Singular Liouville Equations on* S^2
Università di Roma Tor Vergata, Rome, Italy

Latest Conferences and Schools Attended

June 2019 *Intensive Week of PDEs@Cogne*, Cogne, Italy

May 2019 *International Conference on Elliptic and Parabolic Problems*, Gaeta, Italy

May 2019 *Nonlinear Geometric PDE's*, Banff International Research Station, Banff, Alberta, Canada

March 2019 *Variational approaches to PDE's*, Università di Roma "Tor Vergata", Rome, Italy

February 2019 *Advances and Challenges in Nonlinear Elliptic Systems*, Villa Toeplitz, Varese, Italy

February 2019 *XXIX Convegno Nazionale di Calcolo delle Variazioni*,Levico Terme (Trento), Italy

September 2018 *Nonlinear Analysis and PDEs*,Università della Campania Luigi Vanvitelli, Caserta, Italy

July 2018 *Mini-courses in Mathematical Analysis 2018*, Università degli Studi di Padova, Padova, Italy

June 2018 *INDAM Meeting - Nonlinear PDEs in Geometry and Physics*, Cortona, Italy

April 2018 *Physical, Geometrical and Analytical Aspects of Mean Field Systems of Liouville-Type*, Banff International Research Station, Banff, Alberta, Canada

February 2018 *Young PDE's @ Roma*, Università Sapienza di Roma - Dipartimento SBAI, Rome, Italy

February 2018 *XXVIII Convegno Nazionale di Calcolo delle Variazioni*, Levico Terme (Trento), Italy

January 2018 *2nd Italian-Chilean Workshop in PDE's*, Università Sapienza di Roma, Rome, Italy

Languages

Italian Mother tongue.

English B2 level.

German Basic knowledge.

Computer skills

Very good knowledge of LaTeX language
Good knowledge of C programming language
Good knowledge of Mathematica

Good knowledge of Windows operating system and Microsoft Office Package
Basic knowledge of Linux Operating system

Roma, July 24, 2019 Gabriele Mancini

CURRICULUM VITAE

MICHELE MARINI

Scuola Internazionale Superiore di Studi Avanzati
Via Bonomea 265, 34136 Trieste (Italy)
tel: (+39) 040378711

Current Position

PostDoc at SISSA – Scuola Internazionale Superiore di Studi Avanzati (November 2016–today)

Previous Positions

PostDoc at Università di Firenze (December 2015–November 2016)

PostDoc at Università di Pisa (May 2015–September 2015)

PhD student at Scuola Normale Superiore di Pisa

Education

April 2016 Ph.D. at Scuola Normale Superiore di Pisa.
ADVISOR Prof. Rolando Magnanini

April 2011 Master degree, magna cum laude, at Università di Firenze.
ADVISOR Prof. Rolando Magnanini

April 2008 Bachelor degree, at Università di Firenze.
ADVISOR Daniele Mundici

Research

My research interests are in the field of convex geometry, geometric measure theory, linear and nonlinear PDE's and shape optimization problems.

Publications

1. R. MAGNANINI, M. MARINI: *Characterization of ellipses as uniformly dense sets with respect to a family of convex bodies* , Ann. Mat. Pura Appl., **193** (2014), 1383–1395.

2. R. MAGNANINI, M. MARINI: *Characterization of ellipsoids as K-dense sets* , Proc. Roy. Edin. Soc. A, **146** (2016), 213–223.

3. G. DE PHILIPPIS, M.MARINI: *A note on Petty's Theorem*, Kodai Math. J., **37** (2014), 586–594.

4. M. MARINI, B. RUFFINI: *On a class of weighted Gauss-type isoperimetric inequalities and applications to symmetrization*, Rend. Sem. Mat. Univ. Padova, **133** (2014), 197–214.

5. R. MAGNANINI, M. MARINI: *The Matzoh Ball Soup Problem: a complete characterization*, Nonlinear Anal.-Theor., **131** (2016), 170-181.

6. G. BUTTAZZO, S. GUARINO LO BIANCO, M. MARINI: *S*harp estimates for the anisotropic torsional rigidity and the principal frequency J. Math. Anal. Appl., **457** (2), (2018), 1153–1172.

7. J. HIRSCH, M. MARINI: *Lower bound for the perimeter density at singular points of a minimizing cluster in* $\mathbb{R}^N$, ESAIM Control Optim. Calc. Var., to appear, DOI: 10.1051/cocv/2019005.

8. G. DE PHILIPPIS, M.MARINI, E. MUKOSEEVA: *The sharp quantitative isocapacitary inequality*, arXiv:1901.11309.

Talks on international conferences

Characterization of ellipsoids as K-dense sets, 3rd Italian-Japanese workshop on geometric properties for parabolic and elliptic PDE's, Tokyo Institute of Technology, Tokyo, Japan, September 2013.

Characterization of ellipsoids as K-dense sets, Conference on Convex Geometry, CIEM, Castro Urdiales, Spain, September 2013.

Characterization of ellipsoids as K-dense sets, Joint Research Program on Nonlinear PDE's Università di Firenze and Tohoku University, DIMAI – Dipartimento di Matematica e Informatica "U. Dini", Università di Firenze, April 2014.

Sharp estimates for the anisotropic torsional rigidity and the anisotropic principal frequency of a convex domain, Geometric aspects of PDE's and functional inequalities, Cortona, April 2016.

Sharp estimates for the anisotropic torsional rigidity and the anisotropic principal frequency of a convex domain, 9th European Conference on Elliptic and Parabolic Problems, Gaeta, May 2016.

Stationary isothermic surfaces of the solutions of the anisotropic diffusion equation, Geometric and analytic inequalities, Banff, July 2016.

Existence of optimal domains for the eigenvalues of the Dirichlet Laplacian under anisotropic perimeter constraint, Geometric aspects of PDEs, Florence, October 2017.

Lower bound for the perimeter density at singular points of a minimizing cluster, Joint Firenze-Tohoku Research Workshop on Nonlinear PDEs, DIMAI, Firenze, October 2018.

The sharp quantitative isocapacitary inequality, 12th ISAAC Congress, University of Aveiro, August 2019.

Research periods abroad

Université de Montpellier, Montpellier, France. June 2016. Invited by Dr. Berardo Ruffini.

HIM - Hausdorff Research Institute for Mathematics, Bonn, Germany. Participant at the trimester program "Evolution of Interfaces". February 10 2019–February 22 2019.

Other experiences abroad

Participant at the "3rd Modelling Week" at the Faculty of Mathematics of Universidad Complutense de Madrid (UCM), Spain. June 2019.

Seminar/events organized

(co)-organizer of the "Seminario Verticale" at DIMAI, Firenze. December 2015–May 2016.

Teaching experiences

Tutorship for the course (given by Prof. F. Ricci) *Complementi di Matematica*, Scuola Normale Superiore, Pisa, November 2012 - June 2013.

Tutorship for the course (given by Prof. L. Ambrosio) *Complementi di Matematica*, Scuola Normale Superiore, Pisa, November 2013 - June 2014.

Teacher of the course *Elementi di Matematica e Statistica*, Università degli studi di Firenze, October 2014 - April 2015.

Assistant for the course *Analisi Avanzata*, SISSA, November 2016–June 2017.

Assistant for the course *Analisi Avanzata*, SISSA, November 2017–June 2018.

Series of lectures for the course *Elementi di analisi avanzata*, SISSA, April 2019–May 2019.

Languages

Italian Native

English Fluent

Vincenzo Morinelli CV

O ce: Mathematics Department, “Tor Vergata" University of Rome, via della Ricerca Scienti ca, 1 - I-00133 Rome, Italy.
Webpage: https://sites.google.com/view/vincenzo-morinelli

Employment history

Mar ’19-Feb ’20 — **Postdoctoral Researcher** — INdAM (Istituto Nazionale di Alta Matematica)

- collaboration postdoc fellowship provided by **INdAM, the National Institute for High Mathematics**. My research project “Operator algebraic aspects of Quantum Field Theory is 2nd ranked on the call. Host Institution: “Tor Vergata" Univ. of Rome

Mar 16-Feb ’19 — **Postdoctoral Researcher** — “Tor Vergata" Univ. of Rome

- postdoc for the Roberto Longo ERC advanced grant “Quantum Algebraic Structures and Models"; from 01/03/2018 supported by the program MIUR FARE R16X5RB55W.

Education

Dec 15th,2015 — **Ph.D. in Mathematics** — “Tor Vergata" Univ. of Rome

- **Thesis:** “On the Bisognano-Wichmann Property, Nuclearity and Particle Localization", Advisor: Prof. Roberto Longo.

Jul 18th,2012 — **Master’s degree in Mathematics** — “Roma Tre" Univ. of Rome

- Final Mark:110/110 cum Laude

Thesis: “The Semilinear Klein-Gordon Equation in two and three space dimensions", Advisor: Prof. Giovanni Mancini.

Jul 15th, 2010 — **Bachelor’s degree in Mathematics** — “Roma Tre" Univ. of Rome

- Final Mark:110/110 cum Laude

Fields of interests

My main research interest concerns the **Operator Algebraic approach to high and low dimensional Quantum Field Theory (QFT)**. I am mainly interested in the relation between the algebraic structure (in particular the Tomita-Takesaki theory), the geometric structure of models and mathematical/physical quantities.
Further interests are in Operator Algebra theory, in particular von Neumann algebras, subfactors, vertex algebras, tensor categories, noncommutative geometry.
I am also interested in **science communication**. I have attended a school on the topic with lectures given by experts in communicating science for INFN, ASI, CNR, Radio Tre, and chief editors of Zanichelli (see additional information section).

Vincenzo Morinelli **v.morinelli@gmail.com** **morinell@mat.uniroma2.it**

Scienti c Contributions:

My research concerns the relation between symmetries and algebraic property in the operator algebraic ap-proach to QFT. The Haag-Kastler axioms describe (continuum) in nite degrees of freedom systems respecting basic quantum and relativistic assumptions. In brief, models are de ned axiomatically by algebras of bounded operators (observables) on an in nite dimensional Hilbert space, associated to regions of the Minkowski space-time undergoing a covariant action of the symmetry group (Poincaré). They further commute when they are spacelike separated (locality). There is a very rich relation between algebraic structure and the geometry of the models.

My scienti c contributions:

Solution of a long standing problem on in nite spin representations localization property - with R. Longo (Univ. Tor Vergata) and K.-H. Rehren (Univ. Göttingen)

An algebraic su cient condition for the Bisognano-Wichmann property

Split Property for conformal eld theories - with Y. Tanimoto (Univ. Tor Vergata) and M. Weiner (BME).

Split Property for free massless nite helicity elds - with R. Longo (Univ. Tor Vergata), F. Preta (NYU), K.-H. Rehren(Univ. Göttingen)

Dilation covariance imply Möbius covariance in 1+1 spacetime dimension - with Y. Tanimoto (Univ. Tor Vergata)

New constructions in QFT - with K.-H. Rehren (Univ. Göttingen)

Ongoing projects:

Algebraic su cient condition for the Bisognano-Wichmann property, Modular covariance in Quantum Field Theory

Nuclearity and compactness conditions on superselection sectors of chiral theories.

Modular covariance for general interacting theories - with W. Dybalski (TU Münich)

New constructions for models in Quantum Field theory - with. K.-H. Rehren (Univ. Göttingen)

Scaling limit on lattice Quantum eld theory - with A. Stottmeister(Univ. Münster) (Univ. Münster), Gerardo Morsella and Yoh Tanimoto (Univ. Tor Vergata)

Entropy in QFT and modular theory - with R. Longo (Univ. Tor Vergata) e G. Lechner (Univ. Cardi)

Blackhole entropy for Kerr spacetime - with A. Stottmeister (Univ. Münster), N. Pinamonti (Univ. Genova)

KMS states and Entropy

Publications:

Published:

1. R. Longo, V. Morinelli, K.-H. Rehren, *Where In nite Spin Particles Are Localizable*, Commun. in Math. Phys., Volume 345, Issue 2, pp 587–614 (2016).
https://doi.org/10.1007/s00220-015-2475-9
2. V. Morinelli, *An algebraic condition for the Bisognano-Wichmann Property*, Proceedings of the 14th Marcel Grossmann Meeting - MG14, Rome pp. 3849-3854 (2017) https://doi.org/10.1142/9789813226609_0509
3. V. Morinelli, Y. Tanimoto, M. Weiner, *Conformal covariance and the split property* Commun. Math. Phys. Volume 357, Issue 1, pp 379–406 (2018).
https://doi.org/10.1007/s00220-017-2961-3
4. V. Morinelli, *The Bisognano-Wichmann property on nets of standard subspaces, some su cient conditions*, Ann. Henri Poincaré, Volume 19, Issue 3, 937–958 (2018). https://doi.org/10.1007/s00023-017-0636-4

5. V. Morinelli, Y. Tanimoto, *Scale and Möbius covariance in two-dimensional Haag-Kastler net*,Commun. in Math. Phys. Online First (2019)
https://doi.org/10.1007/s00220-019-03410-x
6. R. Longo, V. Morinelli, F. Preta, K.-H. Rehren, *Split property for free nite helicity elds*, Ann. Henri Poincaré, Volume 20, Issue 8, pp 2555-2258 (2019).
https://doi.org/10.1007/s00023-019-00820-4

Preprint:

1. V. Morinelli, K.-H. Rehren, Spacelike deformations: Higher-spin elds from scalar elds arXiv:1905.08714 (2019) (submitted)

In preparation:

1. W. Dybalski, V. Morinelli “Bisognano-Wichmann property for asymptotically complete massless QFT" (expected in 2019)
2. V. Morinelli, G. Morsella, A. Stottmeister, Y. Tanimoto, “Scaling limit and operator-algebraic renormalization" (expected in 2019)

Third party funding:

June 15th, 2016 - December 15th, 2017: participating in the research project: Ricerca Scienti ca di Ateneo, Consolidate the Foundations - *Operator Algebraic Structures in Noncommutative Geometry.*

M.sc. supervision

Francesco Preta (Univ. Roma Tor Vergata, Advisor: Prof. Roberto Longo), **M. sc.** - Joint paper on Annales Henri Poincaré;

Francesco Bonesi (Univ. Roma Tor Vergata, Advisor: Prof. Roberto Longo), **M.Sc.** (uno cially)

Services

Referee for Communication in Mathematical Physics, Annales Henri Poincaré, Nuclear Physics B.

Reviewer for Mathematical Reviews of AMS.

Organization of international conferences

43rd LQP workshop “Foundations and Constructive aspects of QFT” Galileo Galilei Institute Firenze (Italy) February 20-22 , 2019.
Webpage: https://sites.google.com/view/43-lqp

Some special events I took part:

1. May 2-8, 2014, spring school: *“NCGOA Spring Institute 2014, Subfactors, CFT and VoA"*, Department of Math-ematics, **Vanderbilt University, Nashville, Tennessee, USA.**
2. March, 22-28, 2015, workshop: *“Subfactors and Conformal Field Theory"*, **Oberwolfach**, Germany.
3. July 12-18, 2015 **“14th Marcel Grossmann Meeting"** Rome, Italy.
Invited talk: “Where In nite Spin Particles Are Localizable" (“QF3 - Operator Algebras and Quantum Field Theory" session)
4. February 8-14, 2017, “Operator Algebras: Subfactors and their Applications" programme, Isaac Newton Institute, **Cambridge**, UK.
Invited talk: “Conformal covariance and the split property".
http://www.newton.ac.uk/seminar/20170209140015002
5. June, 17-22, 2019, Participation to the program at **the Simons Center for Geometry and Physics** *Program: Operator Algebras and Quantum Physics*, State University of **New York, Stony Brook (USA)**.
Invited talk: Scale and Möbius covariance in two-dimensional Haag-Kastler net.
http://scgp.stonybrook.edu/video_portal/video.php?id=4176

Some events I took part:

Past events:

1. December 17-19, 2012, workshop: *"NGAP - Noncommutative geometry and application to physics"* Milan, Italy.
2. January 29-February 2, 2013, workshop: *"Trails in quantum mechanics and surroundings"* Frascati, Italy.
3. June 17-28, 2013, summer school: *"Rigiditè et actions de groupes"* at Institut Mathèmatiques de Jussieu, at Paris Diderot University, Paris, France.
4. July 8-12, 2013 workshop: *"Mathematics and Quantum Physics"* Accademia dei Lincei, Rome, Italy.
5. September 1-8, 2013, workshop: *"Noncommutative Geometry and Applications"* organized by Stoilow Insti-tute of Mathematics of the Romanian Academy, Poiana Brasov, Romany.
6. November 14-16, 2013, workshop: 33rd Workshop *"Foundations and Constructive Aspects of QFT"*, Göttingen, Germany,
7. June 16-21, 2014, workshop: *"Noncommutative Geometry and Applications"*; Villa Mondragone, Frascati, Italy.
8. February 11-13, 2015, workshop: *"New trends in algebraic quantum eld theory"*, LNF-INFN, Frascati, Italy
9. April 20-24, 2015, conference: *"Advances in Noncommutative Geometry"*, Paris, France;
   Invited talk: "The Bisognano-Wichmann Theorem and Particle Localization"
10. May 29-30, 2015, workshop: *"36th, Local Quantum Physics"*, Leipzig, Germany.
    Title of the talk: "On Localization of In nite Spin Particles"
11. May 17-25, 2016, "*NCGOA Spring Institute 2016*", Bonn, Germany.
12. June 23, 2016, *"Ph.D. Colloquium"*, Uni. Tor Vergata, Rome,
    Italy. **Invited talk:** "Particle Localization and In nite Spin"
13. December 20, 2016, *"Department's day"*, Uni. Tor Vergata, Rome, Italy.
    Invited talk: "Conformal covariance and the split property".
14. June 6-September 30, 2016, "*Intensive trimester Mathematics and Physics at the Crossroads*" LNF, Frascati and INdAM, Rome, Italy.
15. Februry 26- March 3, 2017, workshop: *"Noncommutative Geometry and Applications"*, ICTP - Trieste, Italy.
    Invited talk: "Conformal covariance and the split property".
16. June 23-24, 2017, *LQP 40 Foundations and Constructive Aspects of Quantum Field Theory*, Max-Planck insti-tute for Mathematics in the Sciences, Leipzig (Germany).
17. September 19-22, 2017, "Advances in Mathematics and Theoretical Physics" accademia dei Lincei, Rome.
18. December 8-10, 2017, workshop "Quantum Physics meets Mathematics", Hamburg, Germany.
19. February 2-3, 2018, workshop: *"41st, Local Quantum Physics"*, Leipzig, Germany.
    Title of the talk: "A su cient condition for the Bisognano-Wichmann property"
20. February 15-16, 2018, workshop *"Quantum Information and Operator Algebras"*, INdAM, Rome (Italy)
21. June 4-8, 2018, conference "Algebraic Quantum Field Theory: where Operator Algebra meets Microlocal Analysis", INdAM meeting, Cortona (Italy).
    Title of the Talk: "A su cient condition for the Bisognano-Wichmann property".
22. February 20-22 , 2019, 43rd LQP workshop "Foundations and Constructive aspects of QFT" Galileo Galilei Institute Firenze (Italy). **I am part of the organizing commettee**.
23. April 16-18, 2019, "Algebraic and geometric aspects in Quantum Field Theory", Universität Freiburg, (Ger-many),
    Invited talk: Bisognano-Wichmann property for asymptotically complete massless theories.

Visiting periods

Next Visits

1. 21-26 July 2019, visiting K.-H. Neeb, Department Mathematik, FAU Erlangen-Nürnberg, (Germany).
   Invited Seminar talk: On the Bisognano-Wichmann property for one-particle nets.

Past Visits

1. May 30-June 6, 2015 visiting Prof. K.-H. Rehren at Institut für Theoristiche Physik, Göttingen, Germany.
2. January 23-28, 2017, Visiting Prof. Mihaly Weiner at Department of Mathematical Analysis, Budapest University of Technology and Economics (BME)
3. August 21-25, 2017, visiting Dr. Wojciech Dybalski, Technische Universtiät München, München (Germany)
   Invited Seminar talk: "An algebraic condition for the Bisognano-Wichmann property"
4. December 3-8, 2017 visiting Prof. K.-H. Rehren at Institut für Theoristiche Physik, Göttingen, Germany.
   Invited Seminar talk: "An algebraic condition for the Bisognano-Wichmann property".
5. March 11-16, 2018, visiting Dr. Wojciech Dybalski, Technische Universtiät München, München (Germany)
   Invited Seminar talk: "Comments on the Split property for conformal theories in 3+1 dimensional spacetime"
6. November 5-10, 2018, visiting Dr. Wojciech Dybalski, Technische Universtiät München, München (Germany)
   Invited Seminar talk: "Scale and Möbius covariance in two-dimensional Haag-Kastler net"
7. January 27 - February 2, 2019, visiting Prof. Gandalf Lechner, Univ. Cardi , School of Mathematics (United Kingdom)
   Invited Seminar talk: "Scale and Möbius covariance in two-dimensional Haag-Kastler net"
8. April 8-12, 2019, Visiting Prof. Claudio Dappiaggi, Univ. Pavia. (Italy).
   Invited Seminar talk: Split property for free massless nite helicity elds.
9. May, 2019, visiting Dr. Daniela Cadamuro, Institute of Theoretical Physics, Leipzig (Germany).
   Invited Seminar talk: Split property for free massless nite helicity elds.

Teaching:

Teaching assistance at University of Rome "Tor Vergata":

- **a.y. 2018/2019** Course: "Matematica Generale" at Economy and Finance department, Tor Vergata University.
- **a.y. 2017/2018** Course: "Matematica Generale" at Economy and Finance department, Tor Vergata University.
- **a.y. 2016/2017** Course: "Matematica Generale" at Economy and Finance department, Tor Vergata University.
- **a.y. 2015/2016** Course: "Matematica Generale" at Economy department, Tor Vergata University.
- **a.y. 2012/2013** Teaching assistance for the Bachelor/Master degree courses in Mathematics.

Teaching assistance at University of Rome "Roma Tre":

- **from a.y 2010/11 to a.y. 2011/12** Course of Mathematical Analysis: "AM210 - Analisi Matematica 3" at Mathematics Department.
- **a.y. 2011/12** Course of Mathematical Analysis: "AM120 - Analisi Matematica 2" at Mathematics Department.
- **a.y 2009/10** Course of Mathematical Analysis: "AM2 - Analisi Matematica 2" at Mathematics Department.
- **a.y. 2009/10** Course of Mathematical Analysis: "AM3 - Analisi Matematica 3" at Mathematics Department .

For Recommendation Information

Prof. Roberto Longo, Univ. of Rome Tor Vergata, longo@mat.uniroma2.it

Prof. Karl-Henning Rehren, Univ. of Göttingen, rehren@theorie.physik.uni-goettingen.de

Prof. Mihaly Weiner, Univ. Budapest of Technology and Economics, mweiner@math.bme.hu.

Dr. Yoh Tanimoto, Univ. Rome Tor Vergata, hoyt@mat.uniroma2.it

Additional information:

2016-2017, attending the "Scuola Sperimentale di Comunicazione della Scienza" ("Sperimental school of Science Communication"), Rome, Italy. http://maddmaths.simai.eu/news-2/scuola-sperimentale-di-comunicazione-della-scienza-201617/

Programming Languages/Mathematics Software: C, Mathematica.

Languages: Italian (native language), English (second language), French (beginner)

September, 2007, Grant by Roma Tre University for rst year students of Bachelor's courses of Mathematics.

May, 2011, 14^{th} placement to the mathematical national contest organized by INdAM

Le dichiarazioni rese nel presente curriculum sono da ritenersi rilasciate ai sensi degli artt. 46 e 47 del D.P.R. 445/2000.

Rome, 16/07/2019 Vincenzo Morinelli

Curriculum Vitæ

ROTUNDO NELLA

Education

10th February 2011 **Ph.D. In Mathematics applied to Engineering**, *University of Catania, Italy*.
Title of the Thesis: "Coupling and thermal effects in semiconductor devices"

24th July 2007 **Master Degree in Mathematics**, *University of Calabria*, *110/110*.
Topic: "Introduzione alla teoria della turbolenza di Kolmogorov" ("Introduction to the Kolmogorov's theory of turbulence")

Post doctoral fellows

1st August 2014 - present **Postdoc Researcher**, *Weierstrass Institute for Applied Analysis and Stochastics, Partial Differential Equations Research Group*, Berlin, Germany, Sponsors: Prof. Alexander Mielke and Prof. Thomas Koprucki.
(in parental leave from the 9th February 2017 to the 9th of February 2018)

1st August 2012 - 31st July 2013 **Postdoc Researcher**, *McGill University, Department of Mathematics and Statistic of McGill*, Montreal, Canada, Sponsors: Prof. Eliot Fried and Prof. Gantumur Tsogtgerel.

1st August 2011 - 28th February 2012 **Postdoc Research collaborator**, *University of Calabria, Department of Mathematics and Computer Science*, Arcavacata di Rende (CS) Italiy, Sponsor: Prof. Giuseppe Alì.

Publications

International Journals

- 2019 L. Heltai, N. Rotundo
  Error estimates in weighted Sobolev norms for finite element immersed interface methods
  Accepted in Computers and Mathematics with Applications
  https://doi.org/10.1016/j.camwa.2019.05.029 (2019)
- 2018 D. Peschka, N. Rotundo, M. Thomas
  Doping optimization for optoelectronic devices
  Optical and Quantum Electronics 50 (3), 125 (2018)
- 2017 P. Farrell, N. Rotundo, D.H. Doan, M. Kantner, J. Fuhrmann, T. Koprucki
  Electronics: numerical methods for drift-diffusion models
  Handbook of Optoelectronic Device Modeling and Simulation. Taylor & Francis ISBN 9781498749381 (2017)

- 2016 D. Peschka, N. Rotundo, M. Thomas
  Towards doping optimization of semiconductor lasers
  Journal of Computational and Theoretical Transport. Volume 45, 2016 - Issue 5: Special Issue Part 3 of 5: Papers from the 24th International Conference on Transport Theory (2016)
- 2016 N. Rotundo, T.-Y. Kim, W. Jiang, L. Heltai, E. Fried
  Error Analysis of a B-Spline Based Finite-Element Method for Modeling Wind-Driven Ocean Circulation
  Journal of Scientific Computing. Volume 69, Issue 1, pp 430-459 (2016)
- 2015 G. Ali, A. Bartel, N. Rotundo
  Index-2 elliptic partial differential-algebraic models for circuits and devices
  Journal of Mathematical Analysis and Applications. Volume 423 (2), pp.1348-1369 (2015)
- 2015 T. Koprucki, N. Rotundo, P. Farrell, D.H. Doan, J. Fuhrmann
  On thermodynamic consistency of a Scharfetter-Gummel scheme based on a modified thermal voltage for drift-diffusion equations with diffusion enhancement
  Optical and Quantum Electronics. Volume 47, pp.1327-1332 (2015)
- 2014 Giuseppe Alì, Francesco Butera, Nella Rotundo,
  Geometrical and physical optimization of a photovoltaic cell by means of a genetic algorithm,
  Journal of Computational Electronics. Volume 13, pp.323-328 (2014)
  doi:10.1007/s10825-013-0533-0
- 2012 G. Alì, N. Rotundo
  On the tractability index of a class of partial differential-algebraic equations
  Acta applicandae mathematicae. Volume 122 (1), pp.3-17 (2012)
- 2010 G. Alì, N. Rotundo
  An existence result for elliptic partial differential-algebraic equations arising in semiconductor modeling
  Nonlinear Analysis: Theory, Methods & Applications. Volume 72 (12), pp.4666-4681 (2010)

Proceedings

- 2017 A. Mielke, D. Peschka, N. Rotundo, M. Thomas
  Gradient structure for optoelectronic models of semiconductors
  Springer Proceedings of the Conference "Progress in Industrial Mathematics at ECMI 2016"), 26: 291-298, 2017, (doi: 10.1007/978-3-319-63082-345). (2017)
- 2016 N. Rotundo, P. Farrell, D.H. Doan, J. Fuhrmann, M. Kantner, T. Koprucki
  New Approaches to Numerical Simulation of Current Flow in Semiconductor Devices
  WIAS Annual research report 2016. (2016)
- 2012 G. Ali, A. Bartel, N. Rotundo
  Index-2 elliptic partial differential-algebraic models for circuits and devices
  Progress in Industrial Mathematics at ECMI 2010, pp.45-51 (2012)

- 2012 G. Ali, V. Romano, N. Rotundo
  Diffusive Limit of a MEP Hydrodynamical Model Obtained from the Bloch-Boltzmann-Peierls Equations for Semiconductors
  Progress in Industrial Mathematics at ECMI 2010, pp.69-76 (2012)
- 2010 G. Ali, N. Rotundo
  Analysis of an Electric Network Containing Multi-Dimensional Semiconductor Devices
  WASCOM 2009: 15th Conference on Waves and Stability in Continuous Media: Proceedings, Palermo, Italy, 28 June-1 July (2009)

Software development

Form 2014 - present **Developer of an open-source software that simulates drift diffusion processes in classical and organic semiconductors**, *drift-diffusion simulation tool*, `ddfermi`, http://www.wias-berlin.de/software/ddfermi/.
WIAS-Software

ddfermi
drift diffusion simulation tool

Talks and Congresses

19^{th} June 2018 **Invited talk: On a thermodynamically consistent coupling of quantum systems and device equations**, *European Conference on Mathematics for Industry ECMI 2018*, Budapest, Hungary.

3^{rd} July 2018 **Invited talk: Consistent modeling of optoelectronic semiconductors via gradient structures**, *XIV Biennial Conference of the Italian Society of Applied and Industrial Mathematics - SIMAI 2018*, Rome, Italy.

28^{th} June 2016 **Invited talk: Numerical Methods for Drift-Diffusion Models**, *Universität Greifswald, Department of Mathematics*, Greifswald, Germany.

14^{th} June 2016 **Invited talk: On some extension of energy-drift-diffusion models**, *European Conference on Mathematics for Industry ECMI 2016*, Santiago de Compostela, Spain.

10^{th} August 2015 **Talk: Analytical methods for doping optimization of semiconductor devices**, *The 8th International Congress on Industrial and Applied Mathematics*, Beijing, China.

14^{th} January 2015 **Invited talk: Diffusive limit of a Maximum Entropy Principle hydrodynamical model obtained from Bloch-Boltzmann-Peierls equations for semiconductors**, *Weierstrass Institute for Applied Analysis and Stochastics*, Berlin, Germany.

29^{th} April 2014 **Invited talk: Coupling and thermal effects in semiconductor devices**, *Weierstrass Institute for Applied Analysis and Stochastics*, Berlin, Germany.

11^{th} July 2013 **Invited talk: On the derivation of L^2 error estimates for a B-spline based finite-element method for the stationary quasi-geostrophic equations of the ocean**, *McGill University*, Montreal, Canada.

20^{th} March 2013 **Invited talk: Some variational techniques for free surface problems in the context of Navier-Stokes α-β equations**, *McGill University*, Montreal, Canada.

22^{nd} October 2012 **Invited talk: Coupling effects in semiconductor devices**, *McGill University*, Montreal, Canada.

29^{th} September 2011 **Talk: Existence result of solution of a general family of regularized Navier–Stokes and magnetohydrodynamics models**, *XXXVI Summer school on Mathematical Physics*, Ravello (SA), Italy.

29^{th} July 2010 **Talk: An existence result for index-2 PDAE system arising in semiconductor modeling**, *European Conference on Mathematics for Industry ECMI 2010*, Wuppertal, Germany.

1^{st} September 2009 **Talk: Analysis of an electric network containing multi-dimensional semiconductor devices**, *Congress on Waves and Stability in Continuous Media*, Mondello (PA), Italy.

30^{th} June 2009 **Talk: An existence result for elliptic partial differential-algebraic equations arising in semiconductor modeling**, *Second COMSON International summer school on Modeling and Optimization in Micro- and Nano- Electronics MOMiNE09*, Cetraro (CS), Italy.

Organization of School, Minisymposia and Research Meeting

15/07/2019 - 19/07/2019 **Organizer of the Minisymposium: Modeling, Simulation and Optimization in Electrical Engineering** , *The International Congress on Industrial and Applied Mathematics*, Valencia, Spain, Invited Speakers: H.R. Vázquez, E. Mehdi, F. Rapetti, A. Russo, P. Monk, M. Fuhrlaender, D. Pauly, C. Tischendorf, R. Pulch, R. Riaza, V. Romano.

15/07/2019 - 19/07/2019 **Organizer of the Minisymposium: Simulation, Modeling and Analysis of Semiconductors**, *The International Congress on Industrial and Applied Mathematics*, Valencia, Spain, Invited Speakers: P. Farrell, D. Peschka, G. Nastasi, W. Lei, C. Kirsch, G. Alì, C. De Falco.

25/02/2019 - 01/03/2019 **Co-organizer of the Minisymposium: Computational and Numerical Methods in Electronics**, *SIAM Conference on Computational Science and Engineering*, Spokane, Washington, USA.

31/01/2019 - 01/02/2019 **Organizer of the Kickoff Meeting of the ECMI Special Interest Group**, *Modeling, Simulation and Optimization in Electrical Engineering (MSOEE)*, Weierstrass Institute Berlin (WIAS), Berlin, Germany, Invited Speakers: S. Schöps, S. Kurz, M. Günther, W. Schilders.
https://ecmiindmath.org/2019/04/18/sig-msoee/

18/06/2018 - 22/06/2018 **Organizer of the Minisymposium: Charge transport in semiconductor materials: Emerging and established mathematical topics**, *European Conference on Mathematics for Industry ECMI 2016*, Budapest, Hungary, Invited Speakers: C. Strohm, D. Brinkman, W. Schilders, A. Fischer, K. Rupp, A. Di Vito, A. Adam, I. Cortes Garcia.

23/02/2017 - 03/03/2017 **Co-organizer of the Minisymposium: Computational and Numerical Methods in Electronics**, *SIAM Conference on Computational Science and Engineering*, Atlanta, Georgia, USA, Invited Speakers: P. Farrell, K. Rupp, J. Kestyn, X. Guo, M. V. Fischetti, V. Sverdlov, D. Brinkman, J. Weinbub.

18/07/2016 - 22/07/2016 **Organizer of the Minisymposium: Mathematical methods for semiconductors**, *7th European Congress of Mathematics ECM 2016*, Berlin, Germany, Invited Speakers: C. Chainais-Hillairet, R. Pinnau, A. Glitzky, J. Fuhrmann.

13/06/2016 - 17/06/2016 **Organizer of the Minisymposium: Charge transport in semiconductor materials: Emerging and established mathematical topics**, *European Conference on Mathematics for Industry ECMI 2016*, Santiago de Compostela, Spain, Invited Speakers: R. Pinnau, P. Farrell, K. Gärtner, M. Liero, V. Burlakov, W. Schilders, A. Fischer, M. Auf der Maur, D. Peschka.

10/08/2015 - 14/08/2015 **Organizer of the Minisymposium: Numerical and Analytical aspects in Semiconductor Theory**, *The 8th International Congress on Industrial and Applied Mathematics*, Beijing, Cina, Invited Speakers: P. Farrell, W. Schilders, N. Rotundo, M. Thomas.

1/09/2009 - 11/09/2009 **Organizer of the Second COMSON International summer school on Modeling and Optimization in Micro- and Nano- Electronics MOMiNE09**, *Cetraro (CS), Italy*.

Scientific activity

18/02/2019 - 22/02/2019 **Topic: Error Estimates in Finite Element Methods**, *Prof. L. Heltai*, SISSA Scuola Internazionale Superiore di Studi Avanzati.
Trieste, Italy

22/10/2018 - 26/10/2018 **Topic: Existence and Uniqueness of solution for parabolic coupled problems arising in semiconductor theory** , *Prof. G. Alì*, Università della Calabria.
Cosenza, Italy

22/07/2018 - 27/07/2018 **Topic: Existence and Uniqueness of solution for parabolic coupled problems arising in semiconductor theory** , *Prof. G. Alì*, Università della Calabria.
Cosenza, Italy

30/06/2016 - 17/07/2016 **Topic: Error Estimates in Finite Element Methods**, *Prof. L. Heltai*, SISSA Scuola Internazionale Superiore di Studi Avanzati.
Trieste, Italy

18/04/2016 - 22/14/2016	**Topic: Error Estimates in Finite Element Methods**, *Prof. L. Heltai*, SISSA Scuola Internazionale Superiore di Studi Avanzati. Trieste, Italy
16/02/2015 - 20/02/2015	**Topic: Error Estimates in Finite Element Methods**, *Prof. L. Heltai*, SISSA Scuola Internazionale Superiore di Studi Avanzati. Trieste, Italy
19/01/2015 - 23/01/2015	**Topic: Error Estimates in Finite Element Methods**, *Prof. L. Heltai*, SISSA Scuola Internazionale Superiore di Studi Avanzati. Trieste, Italy
23/01/2012 - 4/02/2012	**Topic: Optimization of a Si solar cell via genetic algorithms**, *Dr. P. Mingione*, Research activity related to the european project LAST-POWER, Seconda Facoltà di Ingengeria - Sede di Cesena. Cesena, Italy
8/03/2010 - 23/03/2010	**Topic: Numerical circuit-devices coupling**, *Prof. M. Brunk.*, Fachbereich Mathematik und Naturwissenschaften, Bergische Universität, Wuppertal, Germany.
8/03/2009 - 22/03/2009	**Topic: Index-1 and Index-2 DAEs including devices**, *Prof. A. Bartel*, Fachbereich Mathematik und Naturwissenschaften, Bergische Universität, Wuppertal, Germany.

Academic teaching activity

7/10/2013 - 20/09/2014	**Mathematical Analysis 1** , *University Of Calabria*, Arcavacata di Rende (CS) Italy, Bachelor Degree in Electronic Engineering.
7/11/2013 - 31/10/2014	**Mathematics**, *University of Trieste*, Trieste, Italy, Bachelor Degree in Architectural Science.
20/10/2011 - 21/01/2012	**Mathematical Methods**, *University Of Calabria*, Arcavacata di Rende (CS) Italy, Bachelor Degree in Electronic Engineering.
26/11/2010 - 12/02/2011	**Mathematical Analysis 1**, *University Of Calabria*, Arcavacata di Rende (CS) Italy, Bachelor Degree in Electronic Engineering.
26/04/2010 - 26/06/2010	**Mathematical Analysis 2**, *University Of Calabria*, Arcavacata di Rende (CS) Italy, Bachelor Degree in Electronic Engineering and Computer Science Engineering.
5/10/2009 - 23/01/2010	**Applied Mathematics**, *University of Calabria*, Arcavacata di Rende (CS) Italy, Master Degree in Telecommunications Engineering.
21/04/2008 - 21/06/2008	**Calculus 3 - Course E**, *University of Calabria*, Arcavacata di Rende (CS) Italy, Faculty of Engineering.
25/01/2008 - 15/03/2008	**Calculus 2 - Course D**, *University of Calabria*, Arcavacata di Rende (CS) Italy, Faculty of Engineering.
15/10/2007 - 21/12/2007	**Calculus 1 - Courses C-E-G**, *University of Calabria*, Arcavacata di Rende (CS) Italy, Faculty of Engineering.

Languages

English Language	**Cambridge ESOL Entry Level Certificate in ESOL International Level B1**

German Language	**Level A2**	

Computer skills

Programming languages	**Fortran, C, C++, Matlab, Julia, Python, Java**	*Good knowledge*
Others	**Microsoft Office, email, internet, social networks**	*Excellent knowledge*
	Latex, Keynote	*Excellent knowledge*
Systems	**Mac OS X, Microsoft Windows**	*Excellent knowledge*
	Linux	*Basic knowledge*

Berlin, 23/07/2019,